МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
И ПРОДОВОЛЬСТВИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«ГРОДНЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

С. С. ЗАХОРОШКО

ТЕОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНДЕКСОВ

Монография

Гродно
ГГАУ
2018

УДК 311.14

Захорошко, С. С. Теория и методология экономических индексов : монография / С. С. Захорошко. – Гродно : ГГАУ, 2018. – 270 с. – ISBN 978-985-537-128-2

В монографии исследуются особенности и недостатки методологии индексов. Автор раскрывает основные положения новой детерминированной факторной теории и методологии экономических индексов, приводит методы индесного анализа в промышленности, банках, в сельском хозяйстве с помощью факторных индексов.

Адресовано научным работникам, преподавателям вузов, специалистам в области статистики, аспирантам, магистрантам, студентам.

Табл. 18.

Рекомендовано к изданию Советом УО «Гродненский государственный аграрный университет».

Рецензенты:
доцент, доктор экономических наук А. Г. Ефименко;
доктор экономических наук, профессор В. С. Фатеев

ISBN 978-985-537-128-2

ОГЛАВЛЕНИЕ

Условные обозначения

$\sum \; - \sum_{i=1}^{n}$ (обозначение введено с целью экономии места и большей простоты представления формул).

q_1, q_0, p_1, p_0, z_1, z_0 и другие латинские буквы используются для поддержки традиционной индексной символики.

Буквы кириллицы используются для специфических индексов, не имеющих аналогов в традиционной индексной методологии.

ВВЕДЕНИЕ

Индексный метод – один из старейших и наиболее распространенных статистических приемов исследования социально-экономических явлений и процессов. Индексы наравне со средними и относительными величинами широко используются в практике современной статистики, поскольку служат удобными инструментами проведения финансово-экономического анализа. Первоначально индексы применялись для характеристики и анализа относительного изменения цен на разнородную продукцию, но в настоящее время они стали важнейшими индикаторами и инструментами анализа экономических, социальных, демографических и иных явлений.

Роль индексов в развитии статистики и других областей знания огромна. О значении теории индексов для экономической науки свидетельствует тот факт, что многие выдающиеся ученые в той или иной мере занимались исследованиями в этой области. Достаточно назвать А. Л. Боули, А. Маршалла, Ф. И. Эджворта, И. Фишера. Лауреаты Нобелевской премии: Д. Кейнс, Р. Фриш, П. Самуэльсон исследованиям в области индексологии также придавали первостепенное значение.

С помощью экономических индексов решаются многоплановые задачи: измерение динамики социально-экономических явлений и показателей; определение степени влияния изменений значений одних показателей, на динамику других; измерение соотношения показателей по разным регионам; пересчет значения макроэкономических показателей из фактических цен в сопоставимые и др.

За последние годы роль индексного метода возросла. Рыночные условия хозяйствования требуют систематического применения индексного метода для измерения динамики экономических и социальных явлений. Однако приходится констатировать, что исследование природы индексов, их содержательной, качественной стороны, крайне сложная задача, не нашедшая своего решения и в современный период.

Исследования по индексологии, проводившиеся на протяжении веков, носили крайне непоследовательный, односторонний, не системный характер. Блестящие идеи сменялись периодами полного научного застоя. Как следствие, в огромном наработанном материале мирно сосуществуют диаметрально противоположные подходы, которые невозможно объединить в единую научно обоснованную концепцию.

Главный источник противоречий индексного метода лежит в области общих методологических принципов, в неправильных обще познавательных концепциях, на которых основан этот метод. Известную негативную роль сыграли также следующие причины: непонимание истинной природы индекса; отсутствие в алгоритмах какой либо логики обобщений; слабая обоснованность системы взвешивания; неправильно выстроенные функциональные взаимосвязи в индексных наборах. Большинство индексов не имеет ясного экономического содержания, и представляют собой преобразование одних тавтологий в другие. Поэтому аналитические выводы и результаты, получаемые при использовании индексного метода, страдают противоречивостью, являются спорными, а нередко и ошибочными.

Несмотря на широкое применение индексного метода в экономической практике, получаемые на его основе аналитические выводы не всегда оказываются убедительными и достоверными. Многие концептуальные положения, исходные постулаты индексного метода страдают противоречивостью и не стыкуются друг с другом. По мере углубления научных исследований возникают все новые и новые проблемы, которые зачастую «не вписываются» в начальную теорию и вызывают необходимость коренного ее переосмысливания. По единодушному мнению индексологов в настоящее время индексный метод не имеет надежного теоретического и методологического обоснования и поэтому справедливо подвергается резкой критике.

Расширение сферы практического использования индексного метода, а также понимание его огромной роли в развитии экономико-статистических исследований, выдвигает задачу пересмотра большинства основных представлений, сложившихся в теории индексов, и разработки новой концепции.

Настоящая монография представляет собой опыт построения такой теории.

В монографии, сделана попытка, обобщить и критически оценить, накопленные знания по индексологии, и на этой основе сформулировать новую детерминированную факторную концепцию индексов. В ее основу положена причинно-следственная природа взаимосвязей между явлениями, ее формы и особенности проявления. Основную задачу автор видел в том, чтобы раскрыть внутренний механизм функциональных взаимосвязей между явлениями и на основе логики обобщений сформулировать исходные требования к построению индексов, применяемых по отношению к любым результативным показателям.

В первой части работы исследованы наиболее известные, оказавшие значительное влияние на развитие индексного метода концепции: стохастическая, тестовая и экономическая. Показаны недостатки эмпирического, формально-математического и экономико-математического подхода, применявшиеся в рамках названных теорий. Проведен анализ основных алгоритмов индексов. Исследована агрегатная концепция индексов, показаны ее недостатки и противоречия.

Понимая полную несостоятельность нынешней индексной теории и методологии, автор не видит возможности для шлифовки, корректировки или примирения различных подходов и индексных концепций. Поэтому в работе критически переосмыслена роль индивидуальных (частных) индексов, система взвешивания, взаимодействие факторов в агрегатах, трактовка весов как соизмерителей и др. Опираясь на наработанный за столетия материал и используя некоторые традиционные представления и собственный анализ, автор предлагает свое видение проблемы (взаимодействие методов средних и относительных величин с индексным, возможность включения в индексные наборы функциональных связей, роль факторного анализа). Наряду с этим автор ставит и пытается решить ряд новых вопросов: функции, свойства и классификация индексов, методология, метод, конструкция универсальной формулы, методики исчисления индексов и ряд других.

Во второй части монографии, исходя из критического обзора теоретического и практического материала по индексологии, автор выдвигает новую детерминированную факторную теорию индексов. В рамках содержательной части с новых теоретических позиций раскрыта сущность индексов. Впервые сформулированы и описаны их функции, дана новая классификация индексов. Детерминированная теория индексов опирается на выдвинутую автором теорию сбалансированных переменных и детерминированные связи между факторами, включаемыми в индекс. Разработаны некоторые исходные принципы конструирования индексов на основе матричного представления индексируемых факторов. Выдвинуты, формализованы и подробно описаны свойства индексов.

Выдвинутая автором теоретическая концепция позволила очертить рамки новой факторной методологии индексов. Взяв за основу формулу средней антигармонической величины, автор с помощью методов простой алгебры вывел универсальные алгоритмы простых и факторных индексов продукции, затрат, прибыли, цен, стоимости и др. На их базе разработаны две методики построения простых и факторных индексов.

Заключительная часть работы посвящена вопросам применения новой концепции на практике, при расчете наиболее распространенных экономических индексов. Автором разработаны методики индексного анализа экономических показателей для предприятий промышленности и сельского хозяйства способами цепной подстановки, абсолютных разниц, пересчета показателей, относительных чисел и расчетных систем. Разработана методика индексного анализа депозитных и кредитных операций в банковской системе. Данные методики апробированы на фактическом статистическом материале ряда предприятий, сельскохозяйственных организаций и банков.

Рассмотрению перечисленных вопросов посвящена настоящая работа, не претендующая, однако, на роль всеобъемлющего исследования вопросов индексного метода. Так как многие из названных вопросов поддаются строгому формально-логическому анализу, в работе широко использован математический аппарат и в первую очередь алгебраические методы. Однако математика везде играет вспомогательную роль.

В работе использована традиционная индексная символика. Некоторые новые специфические понятия раскрыты в тексте.

Целью монографии является анализ теоретических положений индексного метода и разработка основ детерминированной факторной теории и методологии индексов, включая ее строгое экономико-математическое обоснование.

Предметом исследования является совокупность теоретических, методологических и практических проблем индексного метода. В качестве объекта исследования избран индексный метод, а также наиболее типичные для экономической практики системы индексов.

Теоретико-методологическую основу монографии составляют труды классиков индексного метода, а также труды современных западных, российских и отечественных исследователей. Методология исследования определяется, прежде всего, стремлением автора отойти от сложившихся стереотипов и разработать органичную и универсальную концепцию, применимую к анализу не только экономических, но и социальных, демографических и иных явлений.

Содержание и выводы монографии целесообразно применить для дальнейших научных разработок по индексной проблематике. Практические выводы, полученные по результатам исследования, могут быть использованы в деятельности органов управления и статистики при подготовке статистических, плановых, прогнозных и аналитических расчетов на предприятиях.

Автор выражает глубокую благодарность уважаемым рецензентам профессору Фатееву В. С. и профессору Ефименко А. Г. за ценные замечания, способствовавшие улучшению содержания монографии.

1. ИССЛЕДОВАНИЕ ИСТОРИИ, ТЕОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ ИНДЕКСОВ

1.1. Зарождение индексных вычислений

История индексных вычислений началась в Древнем Египте в третьем тысячелетии до н.э. Проводя торговые операции, древнеегипетские писцы записывали цены товаров и устанавливали соотношения между ними, т.е. определяли индивидуальные индексы цен. Они фиксировали индексы цен (денег) как сумму долей единицы [77].

Аналогичные свидетельства, относящиеся примерно к тому же периоду, мы встречаем в истории Древнего Китая и Древне Римской империи. Исчисление простейших индексов было обычным явлением. В Древнем Мире почти повсеместно фиксировали соотношения цен на товары за разные периоды времени. С определенной долей условности такого рода расчеты можно отнести к рудиментарным прообразам индексов.

Принято считать, что в новой истории индексный метод берет начало в 1738 г. с вычислений индексов цен французским финансистом Ш. Дюто. Другие авторы называют более раннюю дату, а именно 1707 год, считая, что самые первые индексные вычисления проводил английский экономист Флитвуд. Между тем, современные исследования российского экономиста В. В. Ковалевского, показали, что индексные вычисления возникли на много десятилетий раньше.

Опираясь на исследования ученого, отметим, что в 1568 г. родоначальник французской статистики Жан Боден в книге «Ответ на парадоксы г-на Мальструа», а затем в работе «Шесть книг о государстве» (1576 г.) впервые рассчитывает общие индексы цен. Он пишет, что «обилие золота и серебра привело к тому, что все вещи вздорожали в 10 раз по сравнению с тем, что они стоили сто лет назад» [77]. Однако, поскольку, ни формулы, ни расчеты Ж. Боден не приводит, то их только условно можно принять за прообраз индексов цен.

В 1609 г. английский экономист Томас Ман опубликовал в работе «Рассуждения о торговле Англии с Ост-Индией» агрегатные индексы с фиксированными величинами. Однако, как часто бывает, этот факт в течение почти четырех столетий оставался незамеченным, формула растворилась во мгле веков, а автором стал Г. Пааше.

Намного позже появляется широко известная, описанная во всех учебниках, формула французского финансиста Шарля Дюто. В 1735 году он сравнивает текущие цены с ценами 1508 г., приведенными в книге Ж. Бодена «Ответ на парадоксы г-на Мальструа». Ш. Дюто вычисляет индексы как отношение суммы отчетных цен к базисным, т.е.

$$I_p = \frac{\sum p_1}{\sum p_0}. \qquad (1.1)$$

Современному человеку эта формула кажется естественной и простой. Многие люди, не знающие статистики, будут вычислять индекс изменения цен именно таким образом. Однако в то время эта формула явилась откровением открыв способ определения обобщенной характеристики цен на разные товары.

В 1764 г. итальянский статистик Дж. Карли вычислил примитивный невзвешенный арифметический индекс изменения цен трех товаров: хлеба, вина, оливкового масла, за четверть тысячелетия (с 1500 по 1750 гг.).

$$I_p = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0}}{n}. \qquad (1.2)$$

Приведенные исторические факты позволяют сделать вывод, что в экономической практике XVIII в. индексы стали применяться, прежде всего, как обобщающие индикаторы движения цен.

Известный шотландский экономист Адам Смит, в 1776 г. изучая динамику цен на зерно в Англии, опубликовал в книге «Исследование о природе и причинах богатства народов» несколько общих индексов цен. Индексы А. Смита были вычислены по формуле Флитвуда [77].

В 1798 независимо от Карли, Дж. Шэкберг-Эвелин (Великобритания) стал вычислять аналогичным способом индекс оптовых цен десяти товаров.

Таким образом, на протяжении длительного исторического промежутка времени, с XVI и до начала XIX вв. экономисты могли лишь наблюдать изменение цен, не понимая сущности и причин, которые вызывали их колебания. Интенсивное развитие капитализма и торговых отношений между странами в XVIII - XIX в.в. требовало широкой информации о товарах, ценах и других параметрах рынка. Требовались универсальные обобщающие показатели, характеризующие динамику цен и объемов производства, состояние рынка. К началу XIX века такими показателями стали индексы. Как новый феномен в экономике, они быстро получили распространение по всему миру, благодаря своему уникальному свойству служить удобными индикаторами состояния явлений.

1.2. Индексная концепция в XIX в.

Английский ученый Артур Юнг в 1811 г. подверг резкой критике невзвешенные индексы своего соотечественника Шекберг-Эвелина. Как правильно заметил А. Юнг в работе «Индексы», основным их недостатком является то, что «изменение в цене каждого товара взвешивается обратно пропорционально цене данного товара в базисном году» [165, с. 67]. Он же впервые предложил взвешивать частные индексы при вычислении общих средних индексов. В 1812 г. А. Юнг ввел в индекс Шэкберга-Эвелина и Карли веса (от 1 до 5 для разных товаров) [165].

В более поздний период сфера приложения индексного метода расширяется. В 1822 г. шотландский экономист Джозеф Лоу опубликовал первый индекс «стоимости жизни»[166].

Форма индекса, построенного Дж. Лоу, имеет следующий вид:

$$I = \frac{\sum p_1(\frac{q_0 + q_1 + q_2 + \ldots + q_n}{n})}{\sum p_0(\frac{q_0 + q_1 + q_2 + \ldots + q_n}{n})}, \qquad (1.3)$$

где

p_0 – цены базисного периода;

p_1 – цены отчетного периода;

$q_0 + q_1 + q_2 + ... + q_n$ – количество проданной продукции в 1-м и последующем годах;

n – число исследуемых лет.

Таким образом, индекс Дж. Лоу может быть отнесен ко взвешенным агрегатным индексам.

Дж. Лоу считал, что в основе взвешивания индексов должны лежать реальные доходы того или иного класса, доля его участия в экономической жизни страны и структура потребительских бюджетов. Несомненно, эта форма взвешенного индекса явилась более совершенной по сравнению с индексами Дюто и Карли. Однако, если исследовать изменение цен за длительный период времени посредством средних количественных весов, то индексы потеряют экономический смысл, так как, во-первых, меняются потребительские свойства товаров, во-вторых, появляется много новых товаров в обороте. Поэтому эта попытка взвешивания оказалась неприемлемой.

В 1840 г. немецкий экономист Иоганн Хельферих, сравнивая «стоимость денег» в разных государствах, впервые исчислил индексы цен на зерно, сравнивая разные страны. Для этого он использовал единую цену в серебряных монетах, и взял одну и ту же базу сравнения – десятилетний период (с 1700 по 1709 гг.) [77]. Тем самым он впервые исчислил международные индексы цен.

Последователем Лоу считается английский экономист Скруп, предложивший в 1853 году установить «стандартную таблицу стоимости» [165]. По мнению Скрупа, количество должно быть «пропорционально потреблению» различных товаров. К сожалению, мы не располагаем более подробными данными о деятельности Скрупа и поэтому ограничимся лишь этим кратким сообщением. Отметим, также, что попытки взвешивания индексов в работах Дж. Лоу и П. Скрупа основывались в основном на экспертных оценках и предположениях и поэтому имели серьезный изъян.

Считается, что с 60-х годов X1X века начинается новая эра в истории индексной методологии. В этот период индексологи видели свою основную задачу в подборе подходящих весов для некоторых невзвешенных индексов, чтобы сделать их более удобными и достоверными. В аналитических целях пользовались лишь индексными рядами, а любой индекс, взятый в отдельности, выполнял в процессе познания лишь дескриптивные или же обобщающие функции. Вопросы о выборе наилучшей формы средней, объединяющей индексы отдельных товаров в общий показатель, и о выборе весов были в центре внимания и послужили предметом широкой дискуссии.

В 1853 г. для записей индексных формул английский экономист Джон Смит стал использовать специальные формулы. Это способствовало переводу индексных вычислений в плоскость научных исследований. В короткий срок известные европейские математики вывели целый ряд новых формул индексов цен.

В 60-х гг. XIX столетия, вследствие обесценения серебра и вызванного этим общего роста мировых цен, в Великобритании начались систематическое исчисление и публикация индексов оптовых цен. Удовлетворяя запросы динамично развивающегося рынка, лондонский журнал «Экономист» в 1864 г. приступил к публикации ежегодных индексов цен на биржевые товары. Постепенно исчисление таких индексов приобретает всемирный характер и к концу XIX века охватывает не только страны Европы, но и Америку, Азию, Австралию, Африку.

В этот период индексной проблематикой занимаются многие ведущие ученые Европы. Первыми теоретиками индексного метода можно считать У. С. Джевонса, М. В. Дробиша, Э. Ласпейреса, Г. Пааше.

Английский экономист Уильям Стэнли Джевонс в 1863 г., исследуя обесценение денег в связи с открытием крупных месторождений золота в Калифорнии и Австралии, предложил вычислять индекс цен по формуле средней геометрической:

$$I_p = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} i_{p_i}}\ , \qquad (1.4)$$

где

i_{p_i} – индивидуальные индексы цен.

По мнению У. С. Джевонса, поскольку средняя геометрическая занимает промежуточное положение между средней арифметической и средней гармонической, то, следовательно, геометрический индекс дает более точное индексное число [198, с.295, 296].

Профессор Дерптского (ныне Тартуского) университета Э. Ласпейрес, ознакомившись с научными выводами У. С. Джевонса, указал на недостатки геометрического индекса [203, с. 301]. Во-первых, он может вообще не реагировать на изменение цен, если произведение индивидуальных индексов равно единице. Во-вторых, геометрический индекс не несет в себе реального экономического смысла.

Немецкие экономисты Э. Ласпейрес и М. В. Дробиш в 1871 г. начали активную полемику о наилучшей формуле индекса цен, в результате которой были предложены и систематизированы многие важнейшие формулы индексов, используемые в настоящее время. М. В. Дробиш активно критикует невзвешенные индексы и убедительно доказывает, что в них следует учитывать веса, т.е. количества проданных товаров. В 1871 г. он первым рекомендует исчислять средние арифметические взвешенные индексы цен и проводит преобразование агрегатной формулы индекса цен в арифметическую [183]. Арифметический взвешенный индекс является производным от агрегатной формы.

$I_p = \dfrac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$, если $i_p = \dfrac{p_1}{p_0}$, то $p_1 = i_p \cdot p_0$, тогда

$$I_p = \frac{\sum i_p p_0 q_1}{\sum p_0 q_1}. \qquad (1.5)$$

Сейчас мы уже знаем, что аналогичные тождества соблюдаются и для всех остальных индексов. Различаясь по форме, арифметические и агрегатные индексы сходны по существу, поэтому не случайно, агрегатная и среднеарифметическая формы дают одинаковое индексное число.

Научная дискуссия между известными учеными укрепила основы индексной теории. В 1871 году Э. Ласпейрес публикует классическое исследование о динамике роста гамбургских цен [203]. Для измерения общего изменения цен Ласпейрес исчисляет индекс цен по формуле взвешенного агрегатного индекса:

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, \qquad (1.6)$$

где

p_0 – цены базисного периода;

p_1 – цены отчетного периода (1864 г.);

q_0 – количество проданной продукции в базисном периоде.

Он исследует 48 товаров, причем для 42 из них берет за базисный период 1831-1840 гг., 3-х – 1841-1850 гг., и оставшихся 3-х – 1851-1853гг.

Анализируя динамику цен, Ласпейрес элиминирует влияние изменения количества проданной продукции. Тем самым построенный алгоритм предоставил возможность разлагать относительные изменения стоимости изучаемых товаров – на две части – на влияние динамики цен и на изменение количества продаж. По сравнению с простыми формами индексов, агрегатный имеет большую познавательную ценность и предоставляет новые возможности для анализа явлений. Очевидна и принципиальная новизна подхода Ласпейреса.

Заслугой Ласпейреса является и то, что он впервые применил метод расширенной базы расчетов. Однако следует отметить, что, поскольку за веса он принял количество продаж в базисном периоде, это, разумеется, преувеличило значение роста цен. Недостатком проведенного расчета является также и то, что не была обеспечена сопоставимость и строгая логика вычислений, поскольку ученый взял три разных базисных периода 1831-1840 гг., 1841-1850 гг., 1851-1853 гг.

В знаменателе индекса Ласпейреса находится вполне реальная величина – фактическая стоимость товаров, проданных в базисном периоде, а в числителе – условная величина – количества товаров, фактически проданных в базисном периоде, но по ценам, действовавшим в отчетном периоде. В этой связи разность числителя и знаменателя индекса $\sum p_1 q_0 - \sum p_0 q_0$ отражает не фактический выигрыш (потери) покупателей от изменения цен, а некоторый условный результат в предположении, что изменение цен не повлияло на объем проданных товаров каждого вида.

В своих работах Ласпейрес касается вопроса и о выборе данных и способах их сбора для построения индексов. В агрегатных взвешенных индексах присутствуют компоненты необходимые для проведения факторного анализа. Однако, как это было принято в прошлом веке, индексы рассматривались только как обобщающие показатели. Социальная потребность в факторном анализе при помощи индексов еще не созрела в тот период.

В 1874 году Герман Пааше (Германия) предложил аналогичную конструкцию агрегатного индекса цен, но с отчетными весами [210].

$$I_q = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}. \qquad (1.7)$$

В отличие от индекса Ласпейреса индекс Пааше содержит фактическую стоимость проданного объема товаров в отчетном периоде (числитель) и условную его оценку в ценах базисного периода (знаменатель).

Нетрудно заметить, что в этом индексе вполне реальный экономический смысл имеет и разность его числителя и знаменателя. В самом деле, если предположить, что в двух периодах покупатели приобретали один и тот же набор товаров, то разность $\sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$ непосредственно определяет тот реальный выигрыш (потери) покупателей, который они получили в результате снижения (повышения) цен на отдельные виды этих товаров. Реальность общей величины указанного выигрыша определяется, и это очень важно подчеркнуть, тем, что набор товаров представляет собой такую их совокупность, которая фактически приобретена покупателями в периоде после изменения цен. Однако для вычисления индекса в такой форме необходимо знать количества товаров, фактически купленных в отчетном периоде. Иными словами, если бы мы захотели сделать по этой формуле перспективный расчет для определения ожидаемого выигрыша населения от предполагаемого снижения цен, необходимо было бы принять ряд произвольных допущений. Они касались бы состава (структуры) продаваемых товаров, который сложится после предполагаемого изменения цен, так как совершенно очевидно, что динамика цен на отдельные виды товаров влечет за собой и движение спроса на них.

Таким образом, труды Джевонса, Ласпейреса, Дробиша, Пааше, равно как и работы Дж. Лоу, существенно обогатили теорию и заложили научные основы индексного метода. В настоящее время индексы Ласпейреса и Пааше применяются в большинстве стран мира для характеристики динамики цен и объемов производства.

В 1879 году французский экономист А. Фовилль сконструировал новый агрегатный индекс цен. В этом же году во Франции налажена регулярная публикация текущих индексов цен. Сконструирован также первый «экономический барометр».

В США в 1881 Х. Бурхардтом налажена публикация текущих индексов цен (по формуле А. Фовилля). Затем появляется индекс Брэдстрита К. М. Уолш исследует некоторые вопросы истории индексного метода и дает рекомендации использовать взвешенные индексы.

Значительный вклад в развитие индексного метода внесли русские экономисты. Как показали исследования советского ученого Г. В. Ковалевского, в 1803 г. Федор Вирст в книге «Рассуждения о некоторых предметах законодательства и управления финансами и коммерцией Российской империи» впервые в мировой статистике, задолго до М. В. Дробиша и Э. Ласпейреса, вычислил агрегатный индекс цен с базисными фиксированными величинами. В 1810 г. русский экономист В.Щеткин значительно раньше Г. Пааше использовал агрегатный индекс цен с фиксированными количествами товаров [77, с. 16, 17].

В России первые индексы оптовых цен публиковались в серии ежегодников «Свод товарных цен» (за 1890 – 1915, для 45 товаров, по формуле невзвешенной арифметической средней). Первым российским исследователем теории индексного метода был А. Н. Миклашевский (1895 г.). В 1898 году финансист И. Ястров предлагает формулу бюджетного индекса. С его участием, в журнале «Рынок труда» налажена публикация текущих бюджетных индексов.

Исторически первой научной концепцией индексов является *вероятностная (стохастическая) теория.* Ее основы заложил английский экономист и математик Фрэнсис Эджуорт. В 1877-1879 гг. Эджуорт был секретарем комитета Британской ассоциации, созданной для изучения методов измерения полезности денег. В этой должности он подготовил три меморандума, в которых изложил новые идеи вычисления индексов.

Ф. И. Эджуорт ставил цель разработать стохастический индекс цены. Показателен в этом смысле заголовок одной из частей его первого меморандума (1887-1889 гг.): «Определение индекса безотносительно к количеству товаров; о гипотезе существования многочисленной группы товаров, цены которых варьируют по манере совершенного рынка, с изменениями под воздействием снабжения деньгами» [187, с.246].

В основе теории индексов цен Ф. Эджуорта лежит аппарат математической теории ошибок. Теория Ф. Эджуорта основана на предположении, что изменение уровня цен отдельных товаров происходит под воздействием изменения стоимости денег, причем изменение стоимости денег вызывает равное изменение цен (относительное) всех товаров.

Ф. И. Эджуорт считал, что индекс должен воспроизводить некую «нормальную» среднюю величину. Он рассматривал все колебания индексов вокруг их «истинного» среднего значения как стохастический, вероятностный процесс.

Эджуорт вывел формулу агрегатного индекса цен, в которой в качестве весов используются суммы количеств за базисный и отчетный периоды:

$$I_p = \frac{\sum p_1(q_1 + q_0)}{\sum p_0(q_1 + q_0)}. \qquad (1.8)$$

Алгоритм дает хорошие индексные числа[1], но его конструкция представляется искусственной, лишенной экономического смысла, в связи с суммированием количеств за базисный и отчетный периоды. По формуле также нельзя вычислять абсолютные приросты стоимости, обусловленные движением цен и изменением объема продукции, то есть разность между числителем и знаменателем не покажет никакой реальной экономии (или потерь) потребителей из-за изменения уровня цен.

В 1880 году Эджуорт дает основы своей теории и позже формулирует первое определение индексов: «Я предлагаю определить индексное число как число, приспособленное для того, чтобы своими вариациями указывать увеличение или уменьшение величины, не допускающей точного измерения» [187, с.242]. Заслуга ученого состоит в том, что он не только конструирует новые формулы, но и в отличие от своих предшественников, делает попытку создать стройную теоретико-методологическую концепцию индексов.

На тех же позициях стоял соотечественник Эджуорта А. Л. Боули. Он также считал, что стохастические колебания цен могут быть измерены с помощью индекса, поскольку общий уровень цен и ценность (покупательная сила) денег это взаимообратные величины [175]. Стохастический подход к индексам вообще характерен для школы статистики Великобритании того времени [204, 207, 208].

Стохастическая теория исходит из гипотезы, что денежные факторы – изменения количества денег и их ценности – проявляются в пропорциональном изменении каждой

[1] Автором проводилось специальное тестирование (сравнение) данного алгоритма, как и большинства других, упоминаемых в монографии.

цены, и, следовательно, изменение стоимости денег измеримо индексом изменений общего уровня цен. Происходящие на рынке отклонения в движении индивидуальных цен возникают из-за действия многих немонетарных факторов и должны рассматриваться с монетарной точки зрения как ошибки наблюдения. Ф. Эджуорт считал, что выбор формы средней, характеризующей изменение стоимости денег, должен определяться характером распределения индивидуальных индексов цен отдельных товаров. В случае нормального распределения следует пользоваться арифметической средней, при скошенном распределении – геометрической средней, а если существует зависимость между индивидуальными индексами – медианой [187].

Центральным ядром вероятностной теории является утверждение о том, что индексы должны отклоняться от неких мифических, «истинных» величин. Эджуорт замечает, что индексные числа цены «предполагают очень единообразное изменение товарных цен, спорадическое распределение относительных цен около их средней» [187, с.249]. В связи с этим, Эджуорт был уверен, что «истинные» индексы цен заключены в интервале между значениями среднеарифметических и среднегармонических индексов. По его мнению, степень изменения цен отдельных товаров различна, отклоняясь в большей или меньшей мере от общего уровня изменения цен, определяемого изменением стоимости денег. Эти отклонения вызываются действием различного рода случайных причин и должны рассматриваться как ошибки наблюдения.

Стохастический подход ведет к невзвешенным формам индексов. Поэтому Эджуорт решительно отстаивал невзвешенный геометрический индекс из относительных цен. Ученый мельком обратил внимание на агрегативное направление, посвятив ему последнюю часть своего первого меморандума, однако не стал заниматься этой альтернативой, предложив лишь взвешенную медиану как возможный индекс.

Между тем, невзвешенные индексы в стохастической теории есть нечто иллюзорное, не имеющее реального экономического смысла. Наиболее выигрышной является геометрическая средняя с простыми весами, не зависящими от количества продаваемых товаров, либо агрегатная форма. В связи с этим позиция Эджуорта не нашла новых сторонников и подверглась резкой критике со стороны ведущих ученых Дж. Кейнса, Р. Фриша, К. Джини, И. Фишера и др.

Так, первоначально, в своей работе «Индексный метод» (1921 г.), Джон Кейнс придерживался стохастической теории, однако затем, исследуя экономический кризис 20-30-х годов, назвал ее «в корне ложной», поскольку она игнорировала реальные экономические факты. В «Трактате о деньгах», он полностью пересмотрел свои взгляды. Кейнс отверг стохастический подход и высказался за агрегатную форму индекса. «Мы понимаем под покупательной силой денег способность приобретать товары и услуги, на покупки которых с целью потребления данное общество индивидуумов расходует свой денежный доход..., и подходящее индексное число является ее символом, иногда обозначаемым как индекс потребления. Из этого следует, что покупательная сила всегда должна быть определена относительно отдельной группы индивидуумов в данной ситуации и именно той, действительное потребление которой образует стандарт, и она не имеет ясного значения, если это отношение не дано» [200, с. 21, 30].

Отвергая стохастическую теорию, Р. Фриш писал: «Логическая основа всей концепции представляется несостоятельной. Мы не можем предполагать, что «монетарный фактор» в равной мере влияет на изменение цен всех товаров» [192, с.6].

Основной недостаток вероятностной теории индексов — это ее субъективный, непоследовательный характер. Ошибочность этой концепции доказал русский ученый В. Н. Старовский [141]. Используя оригинальный математический прием, он показал, что большинство индексов несоизмеримы между собой, так как они качественно разнородны. Он правильно считал, что поскольку народнохозяйственное значение тех или иных видов продукции различно, следовательно, и весомость индивидуальных индексов не одинакова. Поэтому говорить о стохастической однородности индексов не приходится. С точки зрения научной методологии, сторонники данной концепции применяли неоправданную экстраполяцию и аргументацию, основанную на голой аналогии.

С позиций стохастической теории французский статистик М. Оливье (1927 г.) пытался обосновать использование геометрической средней при вычислении индексов цен. Оливье исходил из того, что распределение индивидуальных индексов имеет весьма асимметрический характер, в то время как логарифмы индивидуальных индексов образуют распределение, близкое к нормальному. Поэтому, по его мнению, при исчислении индексов цен следует избрать среднюю геометрическую [209].

Таким образом, очевидно, что вероятностная теория индексов была построена на ложных представлениях о сущности и взаимосвязях экономических процессов и тем самым не имеет объективной научной основы. Развитие индексного метода, в вероятностной концепции, как и на раннем этапе, по-прежнему лежит в сфере голого конструктивизма.

1.3. Развитие индексной методологии в XX-XXI вв.

Первая мировая война 1914-18 гг. привела к резкому изменению динамики и структуры цен, как в экономике отдельных стран, так и в целом на мировом рынке. Для их изучения и измерения потребовались новые, до того неизвестные индексы. Первым был индекс «стоимости жизни», исчисленный сначала в Великобритании в 1918 г., а затем в США, в 1919 г. Затем были определены индекс розничных цен и индекс физического объема экономических явлений, элиминировавший фактор непрерывно менявшихся цен. Далее появляется индекс покупательной силы валютных единиц, в связи с крушением мировой системы золотого монометаллизма и попытками заменить валютные курсы «паритетами покупательной силы» валют. И, наконец, стали рассчитывать различные индексы для изучения конъюнктуры и др. Поэтому начало XX века стало новым этапом развития индексного метода и расширением практики применения индексов.

Русский экономист А. Н. Анцыферов в 1910 г. в учебнике по экономике впервые рекомендует взвешенный индекс.

В СССР уже с 1918 началось исчисление прожиточного минимума рабочих, перешедшее в 1922 в исчисление бюджетного индекса. В этом году С. Г. Струмилин построил первый советский агрегатный индекс.

В 1919-21 гг. стали исчисляться и публиковаться индексы Конъюнктурного института, а августа 1922 г. началась публикация индексов оптовых цен Госплана.

В 20 - 30-х годах прошлого века были сформулированы важнейшие принципы советской индексологии. Выходят статьи В. Н. Старовского, Н. М. Виноградовой [17, 18, 141], обосновывающие отдельные стороны индексной методологии.

Первая в советской статистике монография по индексному методу принадлежит С. П. Боброву (1889-1979). В своей книге «Индексы Госплана» (М., 1925) [10] он обобщил опыт построения индексов Госпланом. Им исследованы методы обработки временных рядов с разбором тематических приемов анализа конъюнктуры, используемые за рубежом. Автор исходил из того, что прямое назначение индексов – быть показателем конъюнктуры рынка.

В книге рассматривались три основных вопроса: выбор формы средней при построении индекса, проблема взвешивания и порядок сравнения с отдаленной базой. В качестве наилучшей формы индекса Бобров выбрал среднюю геометрическую взвешенную. Относительно системы весов он выдвинул два предложения: взвешивать с исключением повторного счета и по полному обороту (так как это практически делалось Госпланом в то время).

Большинство работ по индексному методу того периода было нацелено на критическое освоение теории индексов, разработанной американскими и английскими статистиками, и направлено на разработку приемов адаптации ее к социалистической экономике.

Анализ и развитие теории индексов – самое плодотворное направление экономико-статистических исследований тех лет. Исследование теоретической концепции индексов проводилось в рамках аналитической и синтетической теории. Проблемам индексного метода было посвящено большое количество теоретических и прикладных статей и монографий: Югенбург С. М. «Индексный метод в советской статистике» (1958), Никитин С. М. «Индексы промышленной продукции в капиталистических странах» (1959), Перегудов В. Н. «Теоретические вопросы индексного анализа» (I960).

Особо следует отметить работу Казинца Л. С. (1917-1979) «Теория индексов (основные вопросы)» (1963). Развивая выводы отечественных статистиков, а также Борткевича, Казинец сформулировал условия равенства агрегатных индексов, взвешенных по отчетным и базисным весам, проанализировал варианты расхождения между ними за счет коэффициента корреляции между индивидуальными индексами обоих факторов и коэффициентов их вариации. Им исследована возможность перехода от цепных индексов с переменными весами к базисному индексу. В этой работе впервые после долгого периода изоляции советской статистики дан полный анализ теорий зарубежных статистиков.

В США значительный вклад в развитие теории индексов внесли американские ученые Г. Гирш, Д. Ставель, Ф. Милс.

Индексная теория наиболее интенсивно развивалась в период экономического кризиса 20-30 гг. XX века. Рост цен требовал совершенствования методики их оценки и поэтому привел к необходимости изменения процедур исчисления индексов цен. В короткий период появился ряд фундаментальных работ развивавших новое направление в индексологии: тестовый подход. С тех пор тестовая система является наиболее популярной среди индексологов.

Тестовая теория индексов уходит своими корнями в работы Ф. Эджуорта, Х. Вестергаарда, Н. Пирсона. В XIX веке английский экономист и математик Фрэнсис Эджуорт и позднее датский статистик Харалльд Вестергаард выдвинули идеи отбора индексных формул исходя из определенных математических критериев. В 1890 г. в работе «Основы теории статистики» Х. Вестергаард предложил идею циркулярного теста [228, с.181], а в 1896 г. голландский экономист Н. Г. Пирсон изложил тесты соизмеримости и обратимости индексов во времени [211, с.127-128].

Американский экономист и статистик И. Фишер воспринял идеи предшественников и выдвинул концепцию, в основе которой лежала система тестов. В 1911 г. в книге «Покупательная сила денег», он привел 7 тестов и с их помощью провел отбор лучших индексов [149]. Опираясь на разработанную систему тестирования, И. Фишер выдвигает две новые идеи: тесты являются методом отбора лучших алгоритмов; тесты служат инструментом, а исходные формулы материалом, на основе которых могут строиться новые более совершенные индексы (кроссинги).

Однако к 1922 году во взглядах И. Фишера произошли значительные изменения. В книге «Построение индексов» он классифицирует индексы лишь по двум тестам: обратимости во времени и обратимости факторов. Придавая основное значение этим тестам, И. Фишер прямо указывает, что они «являются теми китами, на которых должна покоиться любая надежная индексная формула» [150, с.4].

В работах статистиков того периода (Х. Вестергаарда, Н. Пирсона, И. Фишера, К. Уолша, Р. Фриша, Ф. Флакса), а также работах позднейших авторов К. Джини, Л. Борткевича можно выделить по меньшей мере 12 различных тестов. Наиболее часто анализу подвергаются следующие из них.

Т1. *Идентичность.* Индекс, в котором соотносятся одни и те же показатели за один и тот же период, должен быть равен единице. Иными словами, ситуация сравниваемая сама с собой, не показывает отклонений, а дает в результате 1.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_1} = 1. \qquad (1.9)$$

Т2. *Обратимость во времени (обратимость ситуаций).* Если в числителе и знаменателе формулы индекса поменять местами базисный и отчетный периоды, то новый и старый индексы будут взаимно обратными, а их произведение равно единице:

$$\frac{q_1}{q_0} = \text{А}, \qquad \frac{q_0}{q_1} = \text{Á}, \text{ причем А·Б} = 1. \qquad (1.10)$$

Т3. *Базисный, или тест замены базы,* согласно которому, частное от деления последующего базисного индекса на предшествующий должно давать одно и то же число, независимо от того, по отношению к какой базе были исчислены соответствующие базисные индексы. Говоря проще, частное от деления последующего базисного индекса на предшествующий должно давать соответствующий цепной индекс.[2]

Т4. *Циркулярность.* произведение цепных индексов должно равняться базисному.

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{q_2}{q_1} \cdot \frac{q_3}{q_2} \cdots \frac{q_n}{q_{n-1}} = \frac{q_n}{q_0}. \qquad (1.11)$$

или $I_{1/0} \cdot I_{2/1} = I_{2/0}$, (1.12)

где

$I_{1/0}$ – индекс отчетного периода к базисному.

Т5. *Обратимость факторов.* Произведение факторных индексов должно давать результатный, итоговый, индекс.

$$\frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{p_1}{p_0} = \frac{p_1}{p_0} \cdot \frac{q_1}{q_0}, \text{ или } i_s = i_{qp} = i_q \cdot i_p = i_p \cdot i_q. \qquad (1.13)$$

Т6. *Пропорциональность.* При равенстве всех индивидуальных индексов некоторой положительной постоянной величине С, общий индекс также должен равняться этой величине С. Тест пропорциональности предъявляет к формуле такое требование: если цены всех товаров изменяются в равной пропорции, то индекс цен должен измениться в той же пропорции.

Т7. *Определенность.* Общий индекс не должен обращаться в нуль, бесконечность или неопределенность, если один из индивидуальных индексов обращается в нуль, бесконечность или неопределенность.

Т8. *Соизмеримость.* Индекс не должен менять своего значения при переходе с одних единиц измерения на другие.

Т9. *Включения/исключения (или ассоциативности).* Величина индекса не должна меняться при включении в него

[2] Данный тест не входит в систему тестов Фишера.

индивидуальных индексов, равных по величине общему индексу.

Основными в индексологии считаются три теста: обратимости во времени, обратимости факторов и циркулярный. Причем, формул отвечающих всем трем одновременно, нет. Поэтому индексологи, являющиеся приверженцами циркулярного теста, вынуждены отрицать обратимость во времени и обратимость факторов, и наоборот.

Выдвинутые критерии первоначально были предназначены для тестирования индексных формул, но в дальнейшем стали рассматриваться и с математической точки зрения, то есть со стороны абсолютного соответствия формулы той или иной группе критериев. Между тем, как раз в этом смысле, разработанная система не является независимой.

Используя приемы математической логики, *сформулируем три несложные теоремы,* указывающие на взаимосвязи между критериями.

1) Из обратимости ситуаций следует идентичность (T2 следует T1).

Действительно, ничто не мешает в T2 считать отчетную и базисную ситуации одинаковыми.

2) Из идентичности и циркулярности следует обратимость ситуаций: (T1^T4 следует T2)

$P_{1/0} \times P_{0/1} = P_{1/1} = 1$

3) Из ассоциативности следует пропорциональность (T9 следует T6). Это легко доказывается последовательным включением в расчёт всех учитываемых факторов.

Представляется, что в остальном, система критериев Фишера является независимой, но строгое доказательство этого факта было бы, естественно, очень громоздким.

Между тем, согласно теореме индийского исследователя С. Свами, [285] система критериев Фишера {T1, T2, T4, T5, T6, T8, T9} несовместима.

Учитывая приведённые выше результаты, можно несколько ослабить условия теоремы Свами, что приводит к такому следствию из неё. Несовместима любая система критериев Фишера, включающая в себя:

1) T1 или T2;

2) T8, T4, T5;

3) T6 или T9.

Следовательно, система тестов Фишера, во-первых, несовместима, и, во-вторых, избыточна.

Сформулированные теоремы подталкивают также к следующим важным выводам.

Тесты идентичности и обратимости во времени представляют собой простейшие требования к индексам. Подавляющее большинство индексов отвечает этим критериям, либо могут быть легко приведены к соответствующему виду. Тест обратимости во времени вбирает в себя критерий идентичности, а, следовательно, последний излишен.

Циркулярный тест является, пожалуй, самым сложным. Формулы, отвечающие ему, позволяют сравнивать не только две, а несколько последовательных ситуаций. Это выводит индексный анализ на значительно более высокий уровень обобщения. Однако этому тесту отвечают только давно отвергнутые индексологами простые и взвешенные по постоянным весам геометрические индексы, а также индивидуальные индексы.

Вообще говоря, циркулярность – это свойство относительных величин. Классические средние величины (а индекс – это, прежде всего, средняя) заведомо не обладают этим свойством. Не рально обязать среднеотносительную величину обладать этим свойством. Гипотетически можно сконструировать некую формулу мутант (этим занимался К. Джини), однако теоретического обоснования и практического применения она вероятно не найдет.

Критерий обратимости факторов, как представляется автору, ошибочен в своей основе. Поскольку индекс есть средняя величина, постольку среднее произведение не может быть равно произведению средних (при условии единообразного взвешивания факторных сомножителей). Это противоречит правилам математики.

Тесты определенности, включения и исключения представляются крайне специфическими, избыточными требованиями, поскольку не являются столь необходимыми атрибутами хорошей индексной формулы, как остальные.

Критерий соизмеримости имеет явно утопический смысл. Он сводится к нелепому требованию, чтобы индекс, исчисленный при данных ценах и одном количестве товаров, был равен индексу при других ценах и количествах.

Следовательно, система тестов не имеет внутреннего единства, поскольку построена на разных принципах и одновременно, рассматриваемые тесты различны по своему характеру, сложности и значимости.

Анализ тестовой теории показывает, что одни и те же тесты не применимы к разным конструкциям индексов. Например, «идеальная» формула Фишера не отвечает требованиям циркулярного теста, а индексы Ласпейреса и Пааше ему соответствуют. Простой арифметический индекс тому же тесту не отвечает, а простой геометрический индекс соответствует.

Тестовая система неоднократно подвергалась критике. Так, Г. Хаберлер в 1928 году указывал на некорректность теста обратимости факторов [195]. В 1937 году А. Вальд, используя оригинальный математический прием, показал, что два теста: обратимости во времени и обратимости факторов несовместимы с третьим – циркулярным. В. Винклер, в 1956 году отмечал, [230] что тесты обратимости не имеют серьезного обоснования.

В работе «Построение индексов» И. Фишер [150] объявляет основными тесты обратимости во времени и обратимости факторов, отбрасывает циркулярный как теоретически несостоятельный, а остальные тесты, рассмотренные в «Покупательной силе денег» [149], (соизмеримости, определенности, пропорциональности, исключения и включения), переводит в ранг второстепенных.

Вследствие несовместимости тестов обратимости и циркулярного возникло два направления тестовой теории. Первое, являющееся основным, (его развивал И. Фишер) считает соблюдение индексными формулами теста обратимости факторов обязательным, в связи с чем, игнорирует циркулярный тест. Второе, напротив, отдает предпочтение циркулярному тесту, вследствие чего игнорирует тест обратимости факторов.

Циркулярный тест отстаивали Борткевич, Давиес, Джини и другие статистики. Так, Давиес считал неправомерным игнорирование циркулярного теста, так как он представляет собой расширенный тест обратимости во времени: «Циркулярный тест может рассматриваться как сложная форма теста обратимости во времени, поскольку основывается на тех же самых логических соображениях... Аргументы, которые могут быть приведены за или против одного, могут, очевидно, быть применены и для другого» [179, с.81].

Наиболее последовательно развивал идеи второго направления тестовой теории К. Джини, для которого циркулярный тест являлся таким же инструментом построения индексных формул, как тесты обратимости для И. Фишера [193, 194]. Если Фишер искал формулы, удовлетворяющие двум тестам обратимости, то Джини подбирал формулы, отвечающие циркулярному тесту. Одержимые идеальными представлениями и убежденные в правильности своих идей ученые не стремились глубоко вникнуть в логическое содержание проводимых математических операций. Формально-математический подход и желание соответствовать сформулированным абсолютным критериям, зачастую были выше экономического смысла получаемых формул мутантов.

В своем главном труде [150] И. Фишер провел первый систематический обзор формул индексов. Он составил каталог и протестировал 134 формулы индексов цен, среди которых создал несколько групп. Сначала И. Фишер выделил невзвешенные, простые формулы. К ним относятся формулы индексов цен, которые не содержат данных о количествах. Примером простых формул служат также невзвешенные средние значения индивидуальных индексов цен, относящихся к различным товарам. В результате, первая группа содержит так называемые первичные формулы (номера 1 - 99). Вторая – индексы, удовлетворяющие тесту обратимости во времени (номера 100-199). Затем следуют формулы удовлетворяющие тесту обратимости факторов (номера 200 - 299). И, наконец, список завершается формулами, удовлетворяющими обоим тестам (номера 300 - 399). «Идеальная» формула Фишера находится под номером 353 в последней группе.

Выше упоминалось, что в [150] И. Фишер придавал большое значение тестам обратимости во времени и обратимости факторов. Формулы, отвечающие этим тестам, он называл «открывающими», то есть позволяющими проводить скрещивание и получать «формулы-антитезы». По мнению И. Фишера скрещивание должно улучшать некоторую формулу так, чтобы она удовлетворяла тесту, которому первоначально не удовлетворяла. Он комбинировал различные виды средних со всеми возможными весами. В случае агрегатного индекса цен, возможными весами, например, являются q_0p_0, q_1p_0, q_0p_1, q_1p_1. Среди полученных формул, были и такие комбинации, которые нельзя интерпретировать как осмысленные агрегаты.

Одним из видов скрещивания является скрещенная факторная антитеза, которую он кладет в основу построения своего «идеального» индекса[3]. Этот индекс образуется как средняя геометрическая, при помощи «скрещивания» двух индексов, построенных на основе взвешивания цен один раз по базисному, а другой раз по отчетному объему продукции.

«Идеальный» индекс цен И. Фишера имеет вид

$$I_p = \sqrt{\frac{\sum p_1q_0}{\sum p_0q_0} \cdot \frac{\sum p_1q_1}{\sum p_0q_1}}\,. \qquad (1.14)$$

В основе «идеальной» формулы Фишера лежат индексы Ласпейреса и Пааше. Хотя «идеальная» формула индекса не нашла широкого применения, однако она остается в известной мере образцовой, поскольку дает наилучшие индексные числа и

---

[3] История свидетельствует, что «идеальная» формула изобретена не Фишером, а английским статистиком А. Боули в 1899 году. Затем в одной из публикаций ее привел К. Уолш. Фишер предложил лишь название – «идеальная». Названная формула стала «идеальной» формулой Фишера в 1921 году в связи с ошибкой Уоррена Персонса, основателя Комитета экономических исследований при Гарвардском университете в Кембридже (штат Массачусетс). По этому случаю, Фишер в 1922 г. сделал следующее замечание: «…предложенный мною термин «идеальная» наиболее приемлем. Но, если должно быть использовано мое имя, то надо также использовать имя Уолша или имена Уолша и Пигу» [150, с.89].

Между тем, И. Фишер в [150] настолько всесторонне исследовал 134 алгоритма индексов, что формула стала невольно ассоциироваться с его именем.

несет печать глубокого, осмысленного подхода к конструированию индекса.

Проводя тестирование индексов, Фишер выделил 7 классов формул посредством сравнения с «идеальной» формулой:

- ничего не стоящие формулы;
- слабые формулы;
- корректные формулы;
- хорошие формулы;
- очень хорошие формулы (например, индексы Ласпейреса и Пааше);
- прекрасные формулы;
- превосходные формулы (например, «идеальный» индекс Фишера).

Испытывая при помощи тестов обратимости во времени и обратимости факторов добротность различных конструкций индекса, ученый обнаружил, что лишь четыре формулы удовлетворяют этим критериям. Он вскоре убеждается, что тест циркулярности несовместим с двумя другими, так как первые из них требуют построения индексов с переменными весами, а третий, наоборот, с постоянными весами. Только в условиях индивидуальных индексов, в которых взвешивание не применяется, эти три теста совместимы.

Учитывая изложенное, а также, поскольку И. Фишер проводит скрещивание индексов абсолютно произвольно, абстрактно, не вдаваясь в экономический смысл математических преобразований, можно сделать вывод, что тестовая концепция носит явно выраженный формальный характер. Фишер считает свои тесты критериями, которым должны удовлетворять вообще все индексы, но постепенный отказ в период с 1911 по 1922 гг. от большинства из этих тестов, говорит о том, что не все агрегатные индексы и не всегда могут им соответствовать. В то время как для индивидуальных индексов, тесты являются вполне естественными, то в области взвешенных индексов они теряют свое значение.

Система тестирования исходит из ложной предпосылки равноценности экономических факторов. В действительности же экономические факторы, отражая различные экономические явления, влияют по-разному, имеют разные единицы измерения и т.д. Не удивительно, что в этих условиях все попытки И. Фишера и его последователей сконструировать некую «идеальную» формулу для всех факторов, для всех индексов не оказались успешными.

Комбинируя тремя типами средних и двумя позиционными средними, с четырьмя типами весов, И. Фишер перебирает различные варианты, совпадающие, в том числе, с формулами Ласпейреса и Пааше. Используя всевозможные комбинации нескольких видов средних, меняя базисные и отчетные веса, ученый строил, факторные антитезы – формулы кроссинги. Многие новые формулы не поддавались никакой экономической и логической интерпретации. Конструкции некоторых формул мутантов поражали воображение. Такой метод исследования, конечно, легко критиковать, можно назвать его механическим, абстрактным. Однако следует признать, что данный подход упорядочил систему индексов, позволил создать новую архитектуру формул.

Убедившись в крайней формальности системы тестирования, отметим, все же, что механизм отбора формул, в конечном счете, надежен. Одновременно алгебраический подход привлекает своей простотой и конструктивностью.

Следует отметить тот факт, что И. Фишер первым пытался разрешить задачу индексного анализа. Однако это относилось только к анализу индексов, а не к абсолютным приростам. Тем не менее, он ввел экономически оправданное и необходимое требование, чтобы индекс сложного явления – стоимости продукции – разлагался по факторам. Но, поскольку в концепции И. Фишера индексы имеют самодавлеющее значение, произошел отрыв индексов от тех абсолютных экономических величин, возникновение которых обусловлено динамикой данного показателя. Поэтому большинство из протестированных им индексов не имело реального экономического смысла.

В дальнейшем одни известные индексологи видели выход в создании новой системы тестов, которая не противоречила бы экономическим фактам. Например, попытка создания новой системы тестов предпринималась норвежским экономистом

Рагнаром Фришем [192], а В. И. Борткевич создал новый прием, состоящий в оценке индексов с точки зрения удовлетворения тестам-аксиомам и сравнении их между собой. Другие авторы отказываются от части тестов, либо объявляют их необязательными. Так, известный английский индексолог Р. Аллен считает циркулярный тест «необязательным» [5, с.53], шведский экономист Эрик Руист напротив отмечает: «Вопреки сомнениям Фишера реализация циркулярного теста – очень желательное свойство и оно часто используется в цепных индексах» [212, с.453]. О необходимости циркулярного теста заявляли Л. Борткевич, Ф. Дивизиа, К. Джини.

После книги И. Фишера [150] появилась работа норвежского экономиста Рагнара Фриша [192], которая стала значительным шагом в развитии тестовой теории. В своей работе Р. Фриш ввел 7 тестов, исследовал их на совместимость и рассмотрел формулу, которая удовлетворяла одновременно некоторой группе критериев.

Через некоторое время Борткевич и Джини сформулировали новую концепцию построения индексов, известную как *теория элиминирования*. Принцип элиминирования был взят из демографической статистики, где он применялся для анализа показателей смертности. Концепция опиралась на тест обратимости факторов и позволяла измерять влияние факторов количества и цен на стоимость продукции. Между тем, теория элиминирования все же не давала решения проблемы взвешивания: при двух факторах можно получить два варианта, удовлетворяющих тесту обратимости факторов (с индесами Ласпейреса и Пааше).

Итак, в начале XX века сторонники тестовой теории предложили ряд серьезных подходов и внесли решающий вклад в развитие математической стороны индексной концепции. Одновременно в теоретическом плане наметился определенный застой. Авторы вновь и вновь обращались к тестам, строили все новые и новые индексы, но не смогли создать всесторонне обоснованную научную концепцию.

Современным направлением тестовой концепции является аксиоматическая теория индексов, развиваемая немецким индексологом В. Айхорном [188, 189] и французским статистиком Г. Дюоном [186]. Например, последний предлагает статистикам выработать своеобразное соглашение о свойствах индексов и выразить их в виде системы аксиом.

Для аксиоматического подхода характерно стремление привязать к системе аксиом соответствующие тесты. Упомянутый подход представляет собой обычную тавтологию, поскольку вначале формулируются некие свойства индексов, а затем эти же свойства выводятся в форме тестов.

В. Айхорн исследует индексы по пяти тестам: пропорциональности, циркулярности, определенности, соизмеримости, обратимости факторов. Причем для каждого теста вводит ослабленную в сравнении с базовым критерием форму. «Идеальная» формула Фишера удовлетворяет четырем «сильным» и одному «слабому» критериям.

Аксиоматический подход позволил несколько смягчить противоречивый характер тестов Фишера. Однако В. Айхорн признал, что нет такой индексной формулы, которая бы удовлетворяла всем критериям одновременно.

Подводя итог сказанному, отметим, что тестовая система, конечно, занимает центральное место в индексологии. До сих пор все авторы дают ссылки на работы Фишера и опираются на его идеи. Создание тестовой системы имело выдающееся значение для развития индексологии. С ее помощью удалось разрешить противоречие, возникающее в связи с множественностью формул индексов, и навести в этой области определенный порядок. И. Фишер создал стройную систему критериев, которые позволяют выделить из массы формул лучшую. Он также вывел ряд новых формул. Несомненно, тестовая концепция укрепила фундамент индексной теории. В тоже время, основная слабость тестовой теории – избыточность математических приемов и критериев, а также отсутствие экономического содержания. Поэтому исследования в данной области остаются по-прежнему очень актуальными.

Экономическая теория индексов, вобравшая в себя несколько подходов, сформировалась как самостоятельное направление в 20-е годы прошлого столетия. Рагнар Фриш впервые в [192], различает два основных направления в индексологии: атомистический (стохастическая и тестовая теории) и новый – функциональный. По его мнению, при атомистическом подходе, данные, используемые при расчете индексов, рассматриваются как независимые переменные, а при функциональном подходе, как взаимосвязанные. Р. Фриш проводит различия между этими направлениями: «При функциональном подходе предполагается, что существуют некоторые характеристические отношения между ценами и объемами. Это меняет существо проблемы. В то время как при атомистическом подходе нельзя дать логичное и единственное определение числового индекса, такое определение, как мы увидим, при функциональном подходе вполне возможно» [192, с. 3]. Иными словами, наиболее общее отличие стохастической и тестовой теории от экономической состоит в том, что если первые две исходят из независимости цен и количества реализованных товаров, то третья рассматривает цены и количества как функционально связанные переменные.

Активно разрабатывали экономическую теорию индексов Альфред Маршалл, Питер Самуэльсон, индийский исследователь Субраманиан Свами (1965 г.). В частности работа П. Самуэльсона и индийского исследователя С. Свами [213] представляет собой наиболее солидный обзор экономической теории индексов.

В другой работе [216], Субраманиан Свами, анализируя критерии Фишера, упростил систему тестов, сократив их число до пяти, оставив следующие: пропорциональности, циркулярности, определенности, соизмеримости, обратимости факторов. Он предложил свой способ доказательства совместимости и применимости тестов. В соответствии с теоремой Свами тесты: первый, второй, четвертый и пятый – несовместимы, поскольку нет такой индексной формулы, которая удовлетворяла бы им всем. Свами сконструировал свою формулу «идеального» индекса, которая внешне сходна с индексом Фишера.

$$P_{ts} = \sqrt{\frac{\sum p_t Q_t}{\sum p_s Q_s} \cdot \frac{\prod (p_t + Q_t)^c}{\prod (p_s Q_t)^c}}. \qquad (1.15)$$

Экономический смысл приведенной формулы крайне туманный, в связи с суммированием цен и количеств в числителе. Сфера практического применения данного индекса, вероятно, будет ограниченной, поскольку вычисления чрезмерно усложнены.

Последователи экономической теории индексов критикуют тестовую теорию индексов, в том числе механические, формальные методы Фишера, а также, в большей или меньшей степени, его «идеальную» формулу. Но большинство явных противников – это те, кто отвергает ее из-за отсутствия экономического содержания.

Многие приверженцы экономической концепции рассматривают тесты лишь как вспомогательный инструмент при обосновании тех или иных формул. Так, ссылаясь на Р. Фриша, Р. Аллен пишет: «Применение критериев не имеет того центрального теоретического значения, которое придает им Ирвинг Фишер. Скорее всего, — это удобный инструмент при суждении о сравнительных достоинствах различных формул...» [5, с. 98].

В рамках экономической теории объединились несколько направлений: теория лимитов, теория наилучших линейных индексов, интегральная теория.

Исторически первым направлением в рамках экономической теории индексов стала «теория лимитов»[4]. Остановимся на ней более подробно.

Центральное место в теории лимитов занимают различные лимиты, в пределах которых якобы находятся «истинные» индексы стоимости жизни. В современных публикациях лимитам соответствуют «индексы цен постоянной полезности». Считается, что такие индексы должны показывать изменение цен при неизменной полезности товаров.

Одной из ветвей теории лимитов является теория истинных индексов стоимости жизни. В основу этой теории легла работа советского исследователя А. А. Конюса «Проблема истинного индекса стоимости жизни» (1924 г.) [87]. Идея

---

[4] Именно Р. Фриш в [192, с.17-27] охарактеризовал ее как «теорию лимитов».

«истинного» индекса стоимости жизни сводится к определению степени изменения стоимости жизни для двух сравниваемых периодов (или пространственных пунктов). При этом потребительский набор товаров и услуг $q_{1,}$ в потребительской корзине субъекта, в рамках сложившегося уровня жизни, может меняться, но должен соответствовать равноценному удовлетворению потребностей [77, 85, 86].

В рассуждениях авторов концепции, потребительский индекс цен есть индекс затрат, отражающий некоторый уровень жизни. По образному выражению Ф. Миллса, «истинный» индекс стоимости жизни и является мерилом изменения денежной стоимости такой «рыночной корзинки» [103, с.290].

В основе теории «истинных» индексов стоимости жизни лежат также следующие предпосылки:

а) уровень жизни субъектов за определенный период, определяется совокупностью потребленных товаров и услуг. Уровень жизни зависит только от цен и денежных расходов субъектов и не зависит от каких-либо других факторов. В частности, предполагается, что спрос потребителей на товары полностью удовлетворен, семейный состав потребителей постоянен, вкусы неизменны и т.д.;

б) при данных ценах потребитель выбирает такой набор товаров и услуг, который обеспечивает ему максимальный из всех возможных уровень жизни;

в) если потребитель в одном из сравниваемых периодов затратил на товары и услуги определенную сумму денег, то в другом он располагает денежной суммой, позволяющей ему приобрести тот же набор товаров и услуг по новым ценам.

Опираясь на приведенные положения, сторонники данной теории, например, К. С. Бенерджи [169-173], Ф. Милс [103] и др., считают, что «истинные» индексы стоимости жизни должны рассчитываться на основе фактической функции полезности, а индекс цен постоянной полезности находится в пределах между агрегатными индексами Ласпейреса и Пааше. Эта идея не нова. Такую же точку зрения в разное время разделяли и другие западные экономисты: Г. Хаберлер [195], Р. Фриш [192], Дж. Кейнс [200], а в современный период Р. Аллен [5] и др.

В анализируемой концепции числитель «истинного» индекса стоимости жизни, определяемый для уровня жизни в базисном периоде, меньше числителя исчисленного индекса, а их знаменатели одинаковы. Поэтому «истинный» индекс стоимости жизни меньше индекса, взвешенного по весам базисного периода. Аналогично, «истинный» индекс стоимости жизни, определяемый для характеристики уровня жизни в текущем периоде, больше индекса цен, взвешенного по весам текущего периода. Эти два «истинных» индекса стоимости жизни, не будут равны друг другу, поскольку характеризуют изменение стоимости разных уровней жизни. При этом каждый из них или оба одновременно могут выходить за границы двух агрегатных индексов, рассчитанных по весам базисного и текущего периодов.

Авторы концепции исходят из того, что для нахождения приблизительного значения «истинного» индекса стоимости жизни, достаточно найти условие, при котором отношение стоимостей жизни двух потребителей было бы заключено в границы тех же двух агрегатных индексов. Это условие, по А. Конюсу, выражается следующим равенством [87]:

$$\frac{\sum p_1 Q_1}{\sum p_0 Q_0} = \frac{\sum p_1 Q_0}{\sum p_0 Q_1}. \qquad (1.16)$$

Если оно соблюдено, то отношение стоимостей жизни за сравниваемые периоды находится в тех же границах, что и «истинный» индекс стоимости жизни. Такое допущение позволяет принять «истинный» индекс жизни приблизительно равным отношению стоимостей.

Легко заметить, что рассматриваемая концепция выстроена в значительной мере искусственно. Ее положения оторваны от реальной действительности, поскольку содержат чрезмерно много ограничений, которые трудно реализовать на практике. Так концепция построена на предположениях, об одинаковой полезности двух различных наборов товаров и сопоставимости двух бюджетных наборов. Однако, такое допущение несостоятельно, поскольку даже взаимозаменяемые товары имеют разные количественные и качественные характеристики. Поэтому говорить об их одинаковой полезности можно лишь условно. Два различных бюджетных набора также несопоставимы. Различия в естественных свойствах товаров делают бессмысленной саму постановку вопроса об их одинаковой полезности.

В исследуемой теории предполагается возможность неограниченной замены одних товаров другими. Однако и это предположение нереалистично, поскольку в реальной экономике потребитель нередко сталкивается с дефицитом товаров, бывает стеснен в расходах, не информирован о наличии и свойствах товаров и т.п.

Как видим, в такой постановке, индексы цен постоянной полезности являются довольно абстрактной теоретической конструкцией, а сама концепция имеет весьма условный и субъективный характер. В силу слабости исходных методологических принципов, она не в состоянии дать даже сколь-либо удовлетворительное формальное решение вопроса об оценке степени изменения стоимости жизни.

Таким образом, теория «истинных» индексов стоимости жизни имеет ложную основу и полностью противоречит общеизвестным экономическим фактам. Вряд ли в рамках данной концепции удастся получить пресловутый «истинный» индекс.

Теория наилучших линейных индексов

К теории лимитов, в какой то мере, примыкает концепция о «наилучших линейных индексах». Эта теория утверждает, что истинный индекс лежит между индексами Ласпейреса и Пааше. Автором концепции является голландский экономист Генри Тейл [217, 218]. В 1960 г. он выделил в теории индексов два подхода: статистический и экономический. Г. Тейл детально рассмотрел экономическую теорию индексов. Выполнив аналитические расчеты, он пришел к выводу, что наибольшее практическое значение имеют только формулы, разработанные в рамках тестовой теории. Поэтому именно их он использует в своей концепции.

Теорию «наилучших линейных индексов» разделяет профессор Лондонского университета Р. Аллен. В монографии «Экономические индексы» (1980 г.) он дает современную трактовку данного направления [5]. Сравнивая стохастический и агрегативный подходы, Р. Аллен ищет индексную функцию, имеющую реальный экономический смысл. Он отдает предпочтение средней арифметической, несмотря на то, что эта средняя не обладает свойством обратимости. Выбор формулы индекса автор ставит в прямую зависимость от экономической интерпретации результатов статистических исследований.

Р. Аллен в своей работе детально рассматривает метод перебазирования и сравнивает его с цепным методом. Особый интерес имеют идеи автора о способах переключения и смыкания рядов индексных чисел.

Традиционно, Р. Аллен не обошел своим вниманием индексные тесты. Выделяя шесть тестов, он делит их на три группы. В первых двух группах, критерии применяются к сериям лет и формулам цены и количества. Третья группа касается корреспондирующих индексных формул цены и количества. Применяя данный подход, Р. Аллен исследует свойства формул Ласпейреса и Пааше и взаимосвязь их друг с другом. Считая среднюю геометрическую из формул Ласпейреса и Пааше идеальным звеном, он заявляет: «Наш вывод состоит в том, что идеальный индекс обладает экономическим смыслом, будучи пересечением основных агрегативных индексных чисел, и удовлетворяет всем критериям, за исключением одного – критерия циркулярности, который должен рассматриваться как не обязательный в экономическом контексте». [5, с.53]

Упрощенная методика построения наилучших линейных индексов в трактовке Р. Аллена состоит в следующем. Для индексов цен и продукции и двух сравниваемых периодов строится матрица [5, с. 177].

$$\begin{bmatrix} \sum(q_0p_0)\sum(q_1p_0) \\ \sum(q_0p_1)\sum(q_1p_1) \end{bmatrix}. \qquad (1.17)$$

Разделив элементы этой матрицы на стоимость продукции в базисном периоде $(\sum q_0p_0)$ Р. Аллен получает матрицу индексов:

$$D = \begin{bmatrix} I & I_q \\ I_{p_0} & I_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & I_q \\ I_{p_0} & I_q \cdot I_{p_0} \cdot (1+p) \end{bmatrix}, \qquad (1.18)$$

где

I_p и I_q – индексы цен и продукции с базисными весами;

I_s – индекс стоимости;

p – расхождение между индексами Ласпейреса и Пааше.

Затем, опираясь на взаимосвязь между индексами продукции, цен и стоимости, Р. Аллен строит новую матрицу,

$$D^1 = \begin{bmatrix} I & I^1{}_q \\ I^1{}_p & I^1{}_q \cdot I^1{}_{p_0} \end{bmatrix}, \qquad (1.19)$$

где

$I^1{}_p$ и $I^1{}_q$ – истинные индексы цен и продукции.

Вычитая из второй матрицы первую, он получает

$$E = D^1 - D = \begin{bmatrix} 0 & I^1{}_q - I_q \\ I^1{}_p - I_{p_0} & I^1{}_q I^1{}_p - I_q I_{p_0}(1+p) \end{bmatrix}. \ (1.20)$$

Далее определяется предельная разность между индексами $I^1{}_p$ и $I^1{}_q$

$$d^2 = (I^1_p - I_{p_0})^2 + (I^1_q - I_q)^2 + [I^1_q I^1_p - I_q I_{p_0}(1+p)]^2. \ (1.21)$$

Наилучшими линейными индексами, по мнению Р. Аллена, являются индексы $I^1{}_p$ и $I^1{}_q$ при минимуме d^2. И, наконец, он делает вполне традиционный вывод: «Хотя наилучший линейный индекс не является индексом Ласпейреса или Пааше, он в действительности лежит между ними...» (5, с. 234).

Рассмотренная схема матричного представления индексных наборов достаточно оригинальна и представляет несомненный интерес с точки зрения всестороннего познания индексных взаимосвязей. Однако установленные лимиты не показывают четких количественных границ, в пределах которых находится «истинный» индекс. Не исключены случаи, когда нижний предел будет ниже, а верхний выше установленных. Описанная методика дает лишь неплохое приближение, заключенное в пределе d^2, но, к сожалению, не вооружает статистика конкретными индексами и не позволяет вести практические расчеты.

Интегральная теория

В русле экономической теории индексов лежит и так называемая интегральная теория, использующая интегральное и дифференциальное исчисление и отдельные элементы тестовой теории и теории лимитов.

В 1925 г. французский экономист Ф. Дивизиа определил общий индекс цен при помощи дифференциального уравнения

$$\frac{dI_p^D}{I_p^D} = \frac{\sum(q_t dp_t)}{\sum(q_t p_t)}, \tag{1.22}$$

где

I_p^D – индекс цен Дивизиа;

q_t и p_t количество продукции и цены за период t.

Из уравнения следует

$$I_{p_{(t+dt)}}^D = \frac{\sum(q_t p_{t+dt})}{\sum(q_t p_t)}. \tag{1.23}$$

Как видим, индекс Дивизиа – это агрегатный индекс на «бесконечно малых» интервалах времени.

В дальнейшем в индексологии было предложено более десяти математических аппроксимаций индекса Дивизиа. Так, в 1936 г. финский экономист Лео Торнквист используя известную взаимосвязь индексов цен, продукции и стоимости предложил логарифмическое разложение индекса стоимости продукции и вывел индекс цен (см. приложение 1).

В 1937 г. английский статистик Джон Монтгомери, исходя из идеи Л. Торнквиста, что индексы цен и продукции являются функцией их стоимости, предложил новую аппроксимацию индекса цен Дивизиа (см. приложение 1).

В 1974 г. финский статистик Ю. Вартиа и американский экономист К. Сато, предложили еще одну аппроксимацию индекса Дивизиа [214, 215, 221-223] (см. приложение 1).

В 1976 г. Ю. Вартиа модернизировал расчет. Новый индекс получил название «второго» индекса Вартиа. [223, с. 121-126] (см. приложение 1).

Наконец, в 1977 г. швейцарский статистик А. Фогт предложил сразу три формулы для «приближенного» исчисления индекса Дивизиа [224, 225, 226, с. 83] (см. приложение 1).

Изучение схемы расчета и конструкции алгоритмов показывает, что индекс Дивизиа и его «аппроксимации» – это чисто математические, абстрактные конструкции, в основе которых лежит предположение о наличии неких бесконечно малых приращений цен и других экономических показателей. Однако все приросты экономических показателей относятся не к каким-то бесконечно малым моментам времени, а к вполне определенным и весьма значительным временным интервалам – году, кварталу, месяцу и т.д. Поэтому интегральная теория исходит из совершенно ложных предпосылок и полностью противоречит реальным экономическим фактам.

Ф. Дивизиа и его последователи пытались учесть в индексных моделях весь поток имеющейся статистической информации. Однако ни в одной аппроксимации интегральный индекс не получает какого-либо определенного числового выражения и в зависимости от пути интегрирования может трансформироваться в самые разные формулы, к сожалению, бесполезные для практической статистики.

Формально-математический подход к анализу сложных экономических явлений не позволил ученым построить экономически обоснованный и пригодный для практической статистики индекс. Интегральная теория была и остается чисто умозрительной концепцией, не получившей никакой практической реализации. Ни один из предложенных интегральных индексов до сих пор не вычисляется. Это подтверждает несостоятельность интегральной теории.

Таким образом, несостоятельность исследованных формальных концепций проявляется, прежде всего, в их субъективизме, несогласованности между теоретическими построениями и реальными фактами. В индексологии господствует эмпирический внесистемный подход. В связи с этим, практическая статистика почти всех стран мира игнорирует индексные конструкции рекомендуемые формальной индексологией.

Для современной индексологии характерно взаимопроникновение различных теорий и направлений. Пытаясь создать стройную теорию, статистики ищут способы объединения тестовой концепции и теории лимитов, используя интегральное и дифференциальное исчисление. Однако экономические индексы, прежде всего, нуждаются в строгой экономической теории и более простых математических приемах, приближенных к реальной статистической практике. Индексы должны рассматриваться как экономические показатели, за которыми стоят определенные экономические явления и категории. Главное внимание следует обращать на экономический смысл индексов, на их качественный, содержательный анализ. Математика в индексном методе должна вплетаться в экономическую теорию и использоваться исходя из качественных различий и специфики изучаемых явлений.

Выводы.

Анализ первоисточников показал, что в развитии индексного, метода можно выделить три этапа: эмпирический, формальный и экономико-математический.

На эмпирическом этапе развития индексного метода возникла специальная индексная символика и терминология, индексы стали записывать в виде математических формул.

На формальном этапе возникли различные «формальные» теории индексов: вероятностная Ф. И. Эджуорта и А. Д. Боули, тестовая И. Фишера и т.д. Индексный метод прошел стадию ничем не ограниченного конструктивизма. Было предложено множество различных, внешне одинаково удачных конструкций индексов, различавшихся в основном по способу взвешивания, однако ни одна из них не давала идеального числового результата. Авторы вели поиск некоего гипотетического «истинного» индекса. Предлагали, как правило, невзвешенный индекс, причем упор делался на геометрическую форму. Этот этап, с одной стороны, характеризовался формальным применением алгебраических приемов и правил при исчислении индексов, а с другой – означал значительный прогресс в развитии индексного метода.

Экономико-математический этап впервые обратил внимание на экономический смысл индексов, на их качественный, содержательный анализ. Наряду с этим еще шире стала использоваться в индексном методе и математика. Однако, приходится констатировать, что до сих пор не произошло органичного взаимопроникновения экономической теории и математических приемов и, поэтому, не выработана стройная концепция индексов.

2. АНАЛИЗ ОСОБЕННОСТЕЙ И НЕДОСТАТКОВ АЛГОРИТМОВ ИНДЕКСОВ

2.1. Анализ простых невзвешенных формул

Проводя анализ особенностей и недостатков формул индексов, автор хотел бы остановиться на наиболее важных формулах, играющих ведущую роль в индексологии.

Предшественниками агрегатных взвешенных индексов были простые невзвешенные индексы. В настоящее время строго научно обосновано, что в подавляющем большинстве случаев, применение последних является неприемлемым. И. Фишер в своей работе «Построение индексов» указывал, что формула невзвешенного арифметического индекса имеет постоянное, систематическое уклонение и страдает прихотливостью. Основным ее недостатком, как правильно заметил А. Юнг в работе «Индексы», является то, что «изменение в цене каждого товара взвешивается обратно пропорционально цене данного товара в базисном году» [163].

Несмотря на примитивный характер, простые невзвешенные формы индексов имели большое значение при изучении экономики своей эпохи. В настоящее время они представляют несомненный интерес при исследовании эволюции индексов, поскольку явились прототипами взвешенных агрегатных индексов.

Простой арифметический индекс имеет вид [5]:

$$I_p = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0}}{n} = \frac{\sum i_p}{n}, \qquad (2.1)$$

где

i_p – индивидуальные индексы;

n – количество индивидуальных индексов.

[5] П. Кевеш в [72] именует их блоком формул первой генерации. Затем следуют формулы второй и третьей генерации.

Приведенная формула имела практическое применение, в частности по ней вычислялись индексы в дореволюционной России. Формула имеет существенный недостаток – равновзвешивание, при котором все индивидуальные индексы получают одинаковый удельный вес. Это хорошо видно, если преобразовать формулу следующим образом:

$$I_p = \frac{\sum i_p}{n} = \sum(i_p \frac{1}{n}) = \sum(i_p d), \qquad (2.2)$$

где

d – одинаковый удельный вес $\frac{1}{n}$.

При такой конструкции индекса, например, повышение мировых цен на нефть на 53%, уравновесится снижением на 53% цен на пуговицы, хотя реальное значение этих товаров в общей динамике цен несравнимо.

В связи с необходимостью взвешивания И. Фишер писал: «… различные товары очень отличны по своей важности и значению, …стремление к уточнению результатов приводит к взвешиванию. Артур Юнг, например, считал ячмень вдвое важнее шерсти, угля и железа, а товарам, которые он называл провизией, придавал вес четыре…» [165, с. 36]. Однако, такая субъективная система взвешивания (в баллах) лишь запутывала проблему. Улучшенная система взвешивания стала применяться через 50 лет во взвешенных формулах.

Простой гармонический индекс

$$I_p = \frac{n}{\sum \frac{p_1}{p_0}}, \qquad (2.3)$$

имеет тот же недостаток, что и среднеарифметический, к тому же эта формула на практике никогда не используется. Экономический смысл этой формулы весьма туманный. Анализ, проведенный автором, показал, что среди простых и взвешенных индексов эта формула дает наименьшее индексное число.

Следующая формула, простой агрегатный индекс, – это хорошо известный индекс Дюто (см. 1.1, на с. 12).

Фишер назвал ее причудливой, поскольку в ряде случаев, в зависимости от индивидуальных особенностей используемого примера, она давала неожиданные результаты. Главный недостаток этого алгоритма – самовзвешивание. Данная слабая сторона формулы хорошо видна, если преобразовать ее следующим образом:

$$I_p = \frac{\sum p_1}{\sum p_0} = \frac{\sum(\frac{p_1}{p_0} p_0)}{\sum p_0}. \qquad (2.4)$$

Теперь наглядно видно, что слагаемые элементы индекса самовзвешиваются в соответствии со своим базисным значением. Большие величины получают больший удельный вес, и, тем самым, индексное число завышается. Величины с меньшим численным значением, имеют меньший удельный вес, и, в результате, индексное число занижается.

Ложная система взвешивания вычеркнула эту формулу из сферы практического применения.

Простой геометрический индекс (см. 1.4, на с.16) был венцом стохастической теории У. С. Джевонса. По его мнению, поскольку средняя геометрическая занимает промежуточное положение между средней арифметической и средней гармонической, то, следовательно, геометрический индекс дает более точное индексное число. Да и И. Фишер считал, что он «… действительно заслуживает наибольшего внимания, по сравнению с остальными типами простых средних» [150, с.30].

Однако, по мнению автора, если опереться на правило мажорантности средних величин $X_{гарм} \le X_{геом} \le X_{арифм} \le X_{квадр} \le X_{куб}$, то можно легко опровергнуть данный подход, поскольку срединное положение занимает $X_{арифм}$, а не $X_{геом}$.

Э. Ласпейрес отмечал, что, во-первых, данный индекс может вообще не реагировать на изменение цен, если произведение индивидуальных индексов равно единице, во-вторых, геометрический индекс не несет в себе реального экономического смысла. Следует признать весомость доводов Ласпейреса, поскольку именно по этим причинам, невзвешенный геометрический индекс дает в некоторых случаях неправильный числовой результат и не имеет объективной экономической основы.

Геометрический индекс придает большее значение малым числам и меньшее – крупным. Отметим, также, что в простом геометрическом индексе не учитываются веса, поэтому отвергаем и эту формулу.

Далее несколько особняком стоят позиционные средние. И это не случайно, индексы моды и медианы являются слабыми в теоретическом и практическом плане:

m_0 – типичное (наиболее часто встречаемое) $\frac{p_1}{p_0}$,

m_e – срединное $\frac{p_1}{p_0}$.

С тех пор как их проанализировал И. Фишер, другими исследователями они просто игнорировались. Тем не менее, с позиций тестов Фишера медиана являются хорошей формулой, так как удовлетворяет тестам обратимости во времени и обратимости факторов. По мнению И. Фишера, медиана (по крайней мере, взвешенная) нередко дает хорошее индексное число. Вместе с тем, практические способы вычисления моды и медианы напоминают методы алхимии и пугают своей поверхностностью, а формулы не несут в себе реального экономического смысла.

Далее, следуют алгоритмы второй генерации: агрегатные взвешенные формулы.

2.2. Исследование агрегатных взвешенных индексов

Агрегатная форма рекомендована как лучшая Международным статистическим институтом и поддерживается многими статистиками. Считается, что агрегатные взвешенные индексы имеют четкую теоретическую аргументацию, глубокий экономический смысл и позволяют проводить правильные расчеты.

С начала 30-х годов XX века в СССР рассчитывали индексы розничных цен исключительно по схемам Пааше с применением агрегатных и среднегармонических форм, однако это стало поводом для критики цифрового материала и упреков в адрес статорганов в занижении динамики цен. В настоящее время, в статистической практике Республики Беларусь, разработку сводного индекса потребительских цен ведут в соответствии с формулой среднеарифметического индекса Ласпейреса, а индекса розничных цен – по формуле Пааше, поскольку так принято в большинстве государств мира.

Как мы знаем первыми агрегатными взвешенными формулами были индексы Ласпейреса (1871 г.) и Пааше (1874 г.). Формула агрегатного индекса с арифметически скрещенными весами была предложена Эджуортом и Маршаллом в 80-х годах XIX века. Затем последовала формула с геометрически скрещенными весами Уолша (1901 г.) и арифметически скрещенный индекс Зигвика. Названные индексы статистики считают наиболее обоснованными и обычно относят к классу отличных.

Решительный поворот в сторону агрегатного индекса произошел в начале XX века и явился результатом усиления внимания к экономической основе проблемы построения индексов. Так В. Винклер, сравнивая разные формулы, пришел к выводу, что только агрегатные индексы «...не нуждаются в защите, так как их экономический смысл самоочевиден» [230, с. 43].

Убежденным сторонником агрегатной формы индекса был Ж. Книбсс. Единственно правильным способом построения агрегатных индексов он считает взвешивание по арифметически скрещенным весам, а поэтому отвергает формулы индексов цен, взвешенных по текущему и базисному периоду, вследствие невозможности отдать предпочтение весам текущего или базисного периода [201, с.202].

Разделяют агрегатную концепцию Б. Мюджетт [206], и Ф. Миллс [103], У. Кроу [166]. Б. Мюджетт относит агрегатные формулы к классу — отличных. Ф. Миллс считает, что при сравнении двух периодов лучшими являются «идеальная формула» и формула с арифметически скрещенными весами.

Известный английский экономист У. Кроу, например, рассматривает пять форм индексов (простую геометрическую, формулы Ласпейреса, Пааше, Маршала-Эджуорта, «идеальную») с точки зрения соответствия их тестовой теории И. Фишера. У. Кроу ставит вопрос: «Ласпейрес или Пааше?» и сам отвечает на него в пользу формулы Ласпейреса, приводя следующую аргументацию. Формула Пааше должна иметь ограниченное применение, так как: во-первых, она предполагает использование текущих весов, которые трудно получить своевременно и быстро; во-вторых, цены и количества изменяются в неодинаковой пропорции и коррелируют между собой. Поскольку в большинстве случаев, корреляция между количествами продаж и ценами будет отрицательной, то в формуле Пааше эти товары (с резким скачком в цене) будут занимать небольшой удельный вес. По мнению Кроу, формула Ласпейреса преувеличивает рост цен, а формула Пааше преуменьшает, поэтому именно формула Ласпейреса должна найти широкое применение при построении индекса цен [166].

Показателем качества индексных формул является дисперсия, чем меньше дисперсия, тем лучше формула. Например, у взвешенных формул, как показал П. Кевеш [71], она ниже, чем у невзвешенных.

П. Кевеш [72] выявил также другую интересную закономерность. Невзвешенные формулы, как правило, дают большее индексное число, чем взвешенные. Так, простая средняя больше, чем взвешенный индекс Ласпейреса в среднем в 1,049 раза, а простой гармонический индекс больше взвешенного индекса Пааше примерно в 1,091 раза. Простая медиана, больше взвешенной в среднем в 1,119 раза. Причем данная тенденция проявляется вне зависимости от индивидуальных особенностей используемого примера. П. Кевеш не раскрывает причины этого. Между тем, это легко объяснить: более сложные формулы дают большее усреднение.

Еще одним преимуществом взвешенных формул является простота вычислений и отсутствие затруднений, связанных со сбором необходимых данных.

Скрещивание и отбор формул, проведенный И. Фишером, показал, что взвешенные индексы приводят к более правильным числовым результатам. Взвешенные формулы, в отличие от невзвешенных, теснее связаны с экономическим содержанием, ввиду того, что данные, используемые в них, включают оба фактора, образующих стоимость $v = q \times p$. Агрегатная форма легко интерпретируется и, обладая ясным экономическим содержанием, позволяет проводить разносторонний анализ.

И. Фишер [150], тестируя и характеризуя свойства индексных формул, обращал внимание на три признака: ошибочность, смещение, причудливость. С точки зрения тестов Фишера взвешенные агрегатные индексы являются хорошими формулами. Среди них нет ошибочных, они лишь ведут себя причудливым образом и имеют смещение.

Большинство индексологов считает, что в агрегатной форме применяется традиционная индексная методология, а в других формах индексов она зачастую подменяется методологией средних величин (арифметической, геометрической или гармонической).

Агрегатная форма имеет как многочисленных сторонников, так и значительное число противников. Не приняли агрегатную форму Г. Дюон [186], Ю. Вартиа [222], А. Фогт [226], Г. Тейл [217]. Например, Г. Дюон предлагает проводить вычисления по «идеальной» формуле и индексу Эджуорта. Не соглашаясь с системой взвешивания, он советует отбросить большинство агрегатных формул, включая индексы Ласпейреса, Пааше и др., как теоретически несостоятельные. Ю. Вартиа, А. Фогт, Г. Тейл предлагают свои собственные алгоритмы как альтернативные агрегатным.

Отечественные теоретики индексного метода Н. М. Виноградова [17, 18], Г. Бакланов [8], а также современные авторы Э. Б. Ершов [31, 32], В. П. Сергеев [134], Ковель П. В. [88, 89], Новиков М. М. [114], Сошникова [145], отмечали недостатки конструкции, системы взвешивания и др. агрегатных формул. На отсутствие соответствия между значениями агрегатных индексов и абсолютными приростами указывали С. Югенбург [164] и С. Струмилин [146].

Несмотря на длительную полемику, большинство индексологов в целом поддерживает агрегатные формулы индексов, признавая, однако, что сама концепция имеет ряд изъянов. Остановимся на этой стороне вопроса более подробно.

Как мы уже отметили, наиболее распространенными агрегатными взвешенными индексами цен являются алгоритмы Ласпейреса и Пааше

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}, \tag{2.5}$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}, \tag{2.6}$$

два алгоритма продукции

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}, \tag{2.7}$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}, \tag{2.8}$$

а также производные от них среднеарифметические и среднегармонические формы.

Исследуя данные алгоритмы, отметим, что они не отвечают некоторым важным в индексологии тестам. Прежде всего, они *не соответствуют критерию обратимости факторов*. Если в индексе цен поменять местами символы для цен и для количеств, то получим индекс продукции. Поскольку индексы цен и продукции взаимосвязаны, то при их перемножении должен получиться индекс стоимости.

Посмотрим, так ли это. Если

$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$, то, поменяв местами p и q, получим

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Однако произведение этих индексов $\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$ не равно индексу стоимости $\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$. Поскольку для индивидуальных индексов тест выполняется, следовательно, именно система взвешивания выводит алгоритмы из логики данного критерия.

Агрегатная концепция нарушает критерий круговой сходимости. Если построен некоторый индекс для года *a* при базисном годе *b* и для года *b* при базисном годе *c*, то при их перемножении можно получить индекс года *a* при базисном годе *c*. Данный тест требует, чтобы $I_{a/c}$ рассчитанный на промежуточных сравнениях, совпал с тем, какой был бы получен при непосредственном сравнении *a* с *c*, т.е.

$$I_{a/b} \cdot I_{b/c} = I_{a/c}. \qquad (2.9)$$

В агрегатной концепции этот тест выполняется только для индексов с постоянными весами. В связи с этим, произведения агрегатных взвешенных цепных индексов не всегда равны базисным показателям, рассчитанным методом прямого сравнения данных отчетного и базисного периодов.

Как известно, базисные индексы можно рассчитывать прямым и цепным методами. При расчете прямым методом сравниваются данные последнего и первого периодов. Используя цепной метод, базисные индексы получают путем перемножения цепных показателей. С содержательной точки зрения, оба метода должны приводить к одинаковым результатам, тем более что произведения индивидуальных цепных индексов всегда равны базисным индексам. Однако, не редко произведение цепных агрегатных индексов не равно результату, полученному прямым методом. Тест круговой сходимости выдерживается, лишь, когда нет линейной корреляции между простыми индексами цен и продукции. В тех случаях, если индивидуальные индексы не варьируют, и корреляционной связи нет, то произведение цепных общих индексов равно базисному.

Исследуя некоторые примеры можно обнаружить удивительный парадокс, когда снижение общего уровня цен за несколько периодов сопровождается ростом цен на каждом этапе их изменения. В табл. 2.1 приведен такой пример.

Таблица 2.1

Динамика цен и объемов продукции

Виды продукции	Первый период		Второй период		Третий период	
	Цена (тыс. руб.)	Количество (тыс. м.)	Цена (тыс. руб.)	Количество (тыс. м.)	Цена (тыс. руб.)	Количество (тыс. м.)
	p_1	q_1	p_2	q_2	p_3	q_3
Ткани шелковые	6	750	3,3	300	4,5	1200
Ткани шерстяные	12	1050	15	1200	12	100

Источник: разработка автора

$$I_{p(1/0)} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} = \frac{3{,}3 \times 300 + 15 \times 1200}{6 \times 300 + 12 \times 1200} = \frac{18990}{16200} = 1{,}172,$$

$$I_{p(2/1)} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3} = \frac{4{,}5 \times 1200 + 12 \times 100}{3{,}3 \times 1200 + 15 \times 100} = \frac{6600}{5460} = 1{,}201,$$

$$I_{p(2/1)} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_1 q_3} = \frac{4{,}5 \times 1200 + 12 \times 100}{6 \times 1200 + 12 \times 100} = \frac{6600}{8400} = 0{,}786.$$

Нетрудно подобрать примеры, демонстрирующие нелогичность расчетов и по формуле Ласпейреса, а также агрегатным алгоритмам продукции.

Агрегатные индексы не отвечают также тесту монотонности. Данная аксиома требует, чтобы индексы были строго возрастающими функциями по уровням отчетного периода и убывающими – по уровням базисного периода. Иными словами, если цены в отчетном периоде возрастают, то должен увеличиться и общий индекс цен. Поскольку конкретный пример и строгое доказательство не соответствия этому тесту содержится в некоторых работах современных авторов[6] и является довольно громоздким, ограничимся лишь данной краткой констатацией.

Справедливости ради, следует отметить, что исследуемые алгоритмы соответствуют ряду других тестов. Например, одно из общих свойств исследуемых формул состоит в том, что если уровни соизмерителей увеличить или уменьшить в несколько раз, то значение агрегатного индекса не изменится (тест линейной однородности). Следовательно, уровни агрегатных индексов зависят от структуры весов (соизмерителей). Если изменить структуру весов, то, в общем случае, значения индексов будут иными. Следствием данного свойства является равенство индексов цен Пааше и Ласпейреса при наличии структурных сдвигов и в уровнях цен и в количествах товаров. Пример такого феномена приведен в табл. 2.2.

Таблица 2.2

Данные о ценах и объемах проданных тканей за два периода

Виды продукции	Базисный период		Отчетный период	
	Цена (тыс. руб.)	Количество (тыс. м.)	Цена (тыс. руб.)	Количество (тыс. м.)
	p_0	q_0	p_1	q_1
Ткани шелковые	3	30	9	36
Ткани шерстяные	6	60	3	54
Ткани синтетические	12	15	18	1,8

Источник: разработка автора

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{9 \times 30 + 3 \times 60 + 18 \times 15}{3 \times 30 + 6 \times 60 + 12 \times 15} = \frac{720}{630} = 1{,}143,$$

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{9 \times 36 + 3 \times 54 + 18 \times 1{,}8}{3 \times 36 + 6 \times 54 + 12 \times 1{,}8} = \frac{518{,}4}{453{,}6} = 1{,}143.$$

В нашем примере

$$I_{p(q_0)} = I_{p(q_1)} = 1{,}143.$$

[6] См., например, Сергеев В. П. [134].

Взаимосвязь и соотношение по-разному взвешенных агрегатных индексов исследовал в 30-х годах XX века В. Борткевич [174], он выявил, что

$$I_{p(q_0)} : I_{p(q_1)} = 1 + r_{min} k_L k_P, \qquad (2.10)$$

где

r_{min} – коэффициент линейной корреляции индивидуальных индексов;

$k_L k_P$ – коэффициенты вариации простых индексов.

В. Борткевич показал, что относительное расхождение между корреспондирующими индексами Пааше и Ласпейреса зависит от трех факторов: коэффициента линейной корреляции между индивидуальными индексами цен и количества, коэффициента вариации индивидуальных индексов цен, коэффициента вариации индивидуальных индексов количества. В. Борткевич считал, что при сравнении двух периодов следует пользоваться либо текущими, либо базисными весами, а при сопоставлении нескольких периодов – постоянными весами [174].

Поскольку между изменением цен и динамикой объемов реализации взаимосвязь обратная, то коэффициент корреляции индивидуальных индексов, как правило, отрицательный, поэтому почти всегда индекс Ласпейреса больше индекса Пааше. Иногда данные алгоритмы могут указывать на противоположные направления динамики цен[7]. В некоторых случаях при расчете индексов Ласпейреса и Пааше возможен не поддающийся объяснению результат: например, в последующем периоде по сравнению с предыдущим цены возросли, но в предыдущем периоде они были выше.

С точки зрения формальной логики, если измерение одного и того же явления двумя способами дает различные, а иногда и противоположные результаты, тогда: смешанная

[7] Такое расхождение между индексами Пааше и Ласпейреса получило название «Эффект Гершенкона».

система весов Ласпейреса некорректна; смешанная система весов Пааше некорректна; некорректны обе системы весов.

Своеобразный «компромисс» между различными видами взвешивания представляет собой формула Эджуорта-Маршалла-Боули

$$I_p = \frac{\sum p_1(q_1 + q_0)}{\sum p_0(q_1 + q_0)}. \qquad (2.11)$$

В ней в качестве весов используются средние количества за базисный и текущий периоды. Существует мнение, что этот алгоритм сглаживает противоположные отклонения, свойственные формулам Ласпейреса и Пааше. Однако с подобной трактовкой согласиться нельзя. В отличие от формул Ласпейреса и Пааше, которые отражают каждая свою конкретную структуру товаров (базисного или текущего периода), формула (2.11) привязывает изменение цен к какой-то условной структуре товаров, не характерной ни для одного из двух сравниваемых периодов. Поэтому формула Эджуорта-Маршалла-Боули не устраняет проблемы взвешивания, да и к тому же не имеет ясного экономического смысла.

Все агрегатные индексы содержат условную величину. Например, в (2.5) условен числитель, а в (2.6), знаменатель: перемножаются уровни явлений, относящиеся к разным периодам времени. В индексах цен (2.5) и (2.6) веса (q) приняты соответственно на уровне базисного и отчетного периода; в индексах продукции (2.7) и (2.8) соизмерители (p), также взяты на уровне базисного и отчетного периода. Считается, что элиминируя один из показателей, индексы цен характеризуют среднее изменение цен, а индексы продукции – среднее изменение количества проданных товаров. Прием элиминирования, сторонниками агрегатной концепции преподносится как проявление «истинной индексной методологии». Однако такой подход не выдерживает критики, поскольку в индексах используются не реальные, а условные, подразумеваемые, мифические стоимостные агрегаты.

В агрегатных индексах один из сопряженных показателей характеризует уровень явления, а второй используется в качестве весового коэффициента. При такой форме взаимосвязи между явлениями, показатели, характеризующие их не должны тесно коррелировать между собой, иначе индекс покажет не соответствующий истине результат. Между тем в большинстве агрегатных формул, показатели, составляющие индексные наборы коррелируют. Как известно при снижении цен объем реализации, как правило, возрастает. Поэтому в индексе цен Пааше мы сталкиваемся с отрицательной корреляцией. Изменение объемов производства несомненно повлечет изменение затрат на единицу продукции. Поэтому в индексе продукции (2.12) будет проявляться сильная положительная корреляция затрат с объемом выпуска. Следовательно, сама *концепция взвешивания имеет зыбкую основу*.

Возможны два способа построения общего индекса при помощи взвешивания показателей. Во-первых, можно производить взвешивание с помощью неизменных уровней только отчетного или только базисного периода, в результате чего получаются индексы, называемые агрегатными. Во-вторых, можно преобразовать агрегатный индекс, включив в него индивидуальный индекс и вычислив взвешенную среднюю. Однако оба метода элиминирования в равной степени недостоверно отражают влияние структурного фактора на результативный показатель. Дискуссия по проблеме взвешивания, напоминает попытку выбора из двух зол меньшего. Решая проблему взвешивания, зачастую по своему произволу, авторы широко используют различные допущения, приемы, принципы, коэффициенты и т.п., позволяющие сгладить недостатки индексных формул и «отшлифовать» индексные числа. Однако это только ретуширует недостатки индексной теории и загоняет проблему внутрь.

Агрегатные алгоритмы имеют неудачную конструкцию. В числителе и знаменателе производится огульное суммирование всех со всеми: пуговиц, угля, газа, ниток, самолетов, без учета народнохозяйственной значимости и соизмеримости продукции.

Аддитивно-кратное строение агрегатных формул не позволяет уверенно говорить, что они представляют собой *среднюю обобщающую величину*. Скорее всего, это обычный относительный показатель динамики. Действительно, обозначим $\sum q_1 p_0$ как Q_1, а $\sum q_0 p_0$ как Q_0, тогда, $I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{Q_1}{Q_0} = T_0$, т.е. определен *темп роста*, правда, сразу по ряду видов продукции. Даже среднеарифметический взвешенный индекс лишь внешне напоминает среднюю величину, не являясь по сути таковой. Приходится констатировать, что агрегатные формулы не столько осредняют, сколько позволяют производить *относительное* сопоставление базисного и нового состояния явления.

Суть следующего противоречия агрегатной парадигмы индексов состоит в том, что *сводные индексы цен интерпретируются как однофакторные показатели, а индексы продукции, как двухфакторные*. Считается, что алгоритмам Ласпейреса и Пааше нет альтернативы, а к индексам продукции можно отнести не только соотношения (2.7) и (2.8), но и такие конструкции как:

$$I_q = \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_1}, \quad (2.12)$$

$$I_q = \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_0 t_1}, \quad (2.13)$$

где в качестве соизмерителей принимают участие себестоимость единицы продукции (z) и трудоемкость (t). Иными словами, аргументация сводится к тому, что при сопоставлении индексных наборов цен, объем продукции (q) выступает лишь как вес, в то время как в индексе продукции, p , z и t являются полноправными факторами-соизмерителями.

Между тем, как известно, индексы – это суть средние величины. Мы знаем, что средние величины являются двухфакторными показателями, так как зависят от уровней признака и структуры совокупности. На этом основании, а также, поскольку рассмотренные индексные наборы также содержат два фактора, делаем вывод, что и агрегатные индексы цен двухфакторные показатели.

Очередное противоречие агрегатной парадигмы связано с *экономической интерпретацией функциональных взаимосвязей, включенных в индексные наборы.*

Считается, что формулы Ласпейреса (2.5) и Пааше (2.6) являются индексами цен, а (2.7) и (2.8) индексами продукции. Как мы знаем, алгоритмы очень схожи не только внешне, но и по своему внутреннему содержанию: имеют одинаковую конструкцию и общие индексные наборы, однако почему-то применяются для характеристики разных явлений – динамики цен и продукции.

Забудем на миг, что в агрегатных индексах применяется система взвешивания, и исследуем функциональную взаимосвязь между показателями, включенными в индексные наборы. Теоретически функциональная связь имеет место, если объемный показатель можно представить в виде произведения двух других показателей, один из которых является количественным, а второй – качественным. Так, по двум известным факторам (независимым переменным) можно определить третий неизвестный результативный показатель (зависимую переменную).

Различают четыре вида функциональной зависимости сложного экономического явления Y от ряда показателей факторов (x_1, x_2, x_3,… x_n): аддитивную, мультипликативную, кратную, смешанную (комплексную). Именно для показателей, которые могут быть связаны последними двумя видами зависимостей и применяется индексный метод.

Как известно произведение количества продукции на ее цену $(q \cdot p)$ образует стоимость (V). Индексы цен Пааше и Ласпейреса, равно как и индексы продукции опираются на эту взаимосвязь. Действительно, в алгоритмах Пааше и Ласпейреса цена (результативный показатель) образована как произведение цены (здесь цена уже факторный показатель) на количество продукции (второй факторный показатель). Формально эту взаимосвязь можно записать как $P=\sum p \cdot q$. В индексах продукции допущена аналогичная тавтология, количество продукции (результативный показатель) образован как произведение количества продукции (здесь это уже факторный показатель) на цену – $Q=\sum q\cdot p$. Понятно, что в соотношении $P=\sum p\cdot q$, цена не может быть одновременно результативным и факторным показателем, а в выражении $Q=\sum q\ p$, количество продукции нельзя представить и как результативный и как факторный признак. Легко заметить, что в обоих случаях функциональная взаимосвязь между зависимыми и независимой переменной установлена неправильно. Рассмотренные взаимосвязи не только не функциональны, но и просто ошибочны.

Отсюда следует, что анализируемые алгоритмы не являются индексами цен и продукции, а представляют собой разные варианты стоимости продукции. Действительно в алгоритмах Ласпейреса и Пааше стоимость образована при базисных и отчетных количествах, а в (2.7) и (2.8), при базисных и отчетных ценах. Вместо индексов цены и продукции созданы четыре модификации стоимости продукции, в предположении, как изменится ее оценка, если произвести пересчет в старых и новых количествах или при прежних и изменившихся ценах.

Ошибочность формул Ласпейреса, Пааше, других индексов цен, продукции и себестоимости состоит в том, что, во-первых, таких соотношений как $P=\sum p\ q$; $Q=\sum q\ p$; $Q=\sum q\ z$ $Q=\sum q\ t$; $Z=\sum z\ q$ в экономике не существует и, во-вторых, в них перемешаны факторные и результативные признаки, а это противоречит правилам математики.

Применяя формальные математические приемы, не обращая внимания на логические тонкости, а также экономический смысл вычислений, другие авторы (в частности И. Фишер [150], Р. Фриш [192]), опираясь на соотношение V=qp, вывели факторный индекс стоимости, как им казалось из индексов продукции и цены (2.14).

$$\frac{\sum(q_1p_0)}{\sum(q_0p_0)}\cdot\frac{\sum(p_1q_1)}{\sum(p_0q_1)}=\frac{\sum(q_1p_1)}{\sum(q_0p_0)}. \qquad (2.14)$$

Однако, как хорошо видно, получилась формула “обманка”, в которой индекс стоимости получается не из факторов цены и продукции, а из индексов стоимости, путем манипуляций с значками символами. Легко заметить, что факторный индекс стоимости выведен из таких же в сущности индексов стоимости, которые не взаимосвязаны как факторы. Налицо формальная подгонка индексов под выражающее индекс стоимости алгебраическое равенство, в котором один из индексов берется с отчетными весами, а другой – с базисными.

С точки зрения формальных математических преобразований, ошибки нет, однако логический и экономический анализ показывает, что концепция взвешивания индексов выстроена неверно. Очевидно, что результативный показатель не может быть как фактор взаимосвязан с самим собой. Зависимая переменная и независимые переменные, всегда разные показатели и поэтому не могут включаться один в другой.

Данный вывод можно обосновать не только со стороны проведенного факторного анализа, но и с теоретико-методологических позиций. Предположим, что в анализируемых формулах взаимосвязь $V=\sum q\times p$ выстроена правильно, тогда замена факторного индекса в (2.14) на другой, аналогичный, должна приводить к индексу стоимости. Посмотрим, так ли это.

Подставим в (2.14) вместо индекса Пааше формулу Ласпейреса. Получим

$$\frac{\sum(q_1p_0)}{\sum(q_0p_0)}\cdot\frac{\sum(p_1q_0)}{\sum(p_0q_0)}\text{íå}\ \cdot\text{ðàâíî}\ \frac{\sum(q_1p_1)}{\sum(q_0p_0)}. \qquad (2.15)$$

Теперь попробуем другой вариант, заменим индекс продукции $I_q=\frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0}$, на аналогичный. Тогда,

$$\frac{\sum(p_1q_1)}{\sum(p_0q_1)}\cdot\frac{\sum(q_1p_1)}{\sum(q_0p_1)}\text{íå}\ \cdot\text{ðàâíî}\ \frac{\sum(q_1p_1)}{\sum(q_0p_0)}. \qquad (2.16)$$

Первоначальное предположение не подтвердилось, ошибочность равенства (2.14) стала более очевидной.

Сделаем следующие важные выводы. Формулы Пааше и взвешенного индекса цен[8] содержат в себе взаимосвязь $V = q \cdot p$, поэтому изначально являются индексами стоимости, а не индексами цен и продукции. Функциональная взаимосвязь между зависимыми и независимой переменной установлена неправильно. Формула является ложной, поскольку выстроена объективно не существующая взаимосвязь между показателями. Реально существующие взаимосвязи между показателями позволяют заключить, что индекс стоимости выведен не из индексов цены и продукции, а из тавтологий, тождественных индексу стоимости.

Одновременно, в развитие этой темы, хотелось бы разрушить некоторые неверные представления о взаимосвязи индексов. Так, тест обратимости факторов предполагает, что между индексами физического объема, индексами цен и индексами стоимости должно существовать следующее равенство: $I_{q} \cdot I_{p} = I_{v}$, т.е. произведение индекса физического объема на индекс цен должно равняться индексу стоимости. Однако, если индекс средняя величина, то индексы бессмысленно перемножать, так как произведение средних не равно среднему произведению, то есть $I_{q} \cdot I_{p} \neq I_{v}$. Формальная логика подсказывает, что *разобранной взаимосвязи в индексах не существует*, а целесообразность теста обратимости факторов следует поставить под сомнение.

Агрегатная парадигма индексов мирится с множественностью формул. Приблизительный подсчет показывает, что агрегатных взвешенных формул около 60[9]. Конечно в какой то мере на безудержное размножение

---

[8] В том числе индекса цен Ласпейреса

[9] Кроме упомянутых нами, вспомним также индексы Юнга, Дробиша, Уолша, Гиффена. В прошлом столетии получили известность индексы Ф. Дивизиа [182], К. Джини [194], Дж. Монтгомери [207], Л. Торнквиста [219], Г. Дюона [186], «наилучший» линейный индекс Г. Тейла [217], «чистый» индекс американского экономиста К. Бенерджи [169], индекс финского статистика Ю. Вартиа [222] и «натуральный» индекс А. Фогта [226].

алгоритмов повлияла идея И. Фишера о скрещивании индексов. Однако в основном такое положение связано с непоследовательностью и запутанностью самой агрегатной концепции. Во-первых, индексологи не решили какие веса (соизмерители) предпочесть: отчетного или базисного периода, арифметически или геометрически скрещенные. Во-вторых, не совсем понятно какими должны быть индексные наборы, поскольку показатели, включенные в них нередко коррелируют между собой.

В связи с обилием формул, в статистической литературе встречаются указания на необходимость предварительного определения цели конструируемого индекса. Однако, еще И. Фишер отмечал, что цель индекса закреплена, «...практические цели, поставленные перед индексом, не должны играть никакой роли при выборе формулы, по которой будет исчисляться данный индекс» [150, с. 56]. Априори, понятно, что *одно и тоже явление не могут правильно отражать сотни разных формул,* поскольку это противоречит элементарной логике. Очевидно, что для расчета, например, индекса цен должна использоваться лишь одна всесторонне обоснованная, стандартная формула.

С математической стороны агрегатные формулы всегда казались безупречными. Они и в самом деле имеют массу достоинств: являются простыми, удобными и т.д. Однако самый важный недостаток агрегатной парадигмы касается именно *алгебраической конструкции агрегатных взвешенных формул.*

Возьмем следующие данные (см. табл. 2.3).

Таблица 2.3

Объемы производства и цены тканей

Показатели	Ткани хлопчато-бумажные		Ткани шерстяные		Ткани шелковые	
	Баз. период	Отчетн. период	Баз. период	Отчетн. период	Баз. период	Отчетн. период
Объем продукции (м.)	1000	1400	9000	7000	3500	3700
Цена (тыс. руб.)	20	35	100	60	50	55

Источник: разработка автора

Рассчитаем некоторые известные агрегатные взвешенные индексы.

Агрегатный взвешенный индекс цен Ласпейреса дает следующий результат

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{35\times1000+60\times9000+55\times3500}{20\times1000+100\times9000+50\times3500} =$$

$$= \frac{35000+540000+192500}{20000+900000+175000} = \frac{767500}{1095000} = 0{,}701.$$

Преобразуем формулу

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \sum p_1 q_0 \frac{1}{\sum p_0 q_0} = 35\cdot1000\cdot\frac{1}{1095000} +$$

$$+60\cdot9000\cdot\frac{1}{1095000} + 55\cdot3500\cdot\frac{1}{1095000} =$$

$$= \frac{35000}{1095000} + \frac{540000}{1095000} + \frac{192500}{1095000} = 0{,}032+0{,}493+0{,}176 = 0{,}701.$$

Не трудно заметить, что рассмотренная формула приводит к равновзвешиванию, в соответствии с базисным значением индекса. Поэтому влияние меньших элементов индекса завышается, а больших занижается. Следовательно, полученный числовой результат неверен.

Проведем расчет по алгоритму Пааше.

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \frac{35\times1400+60\times7000+55\times3700}{20\times1400+100\times7000+50\times3700} =$$

$$= \frac{49000+420000+203500}{28000+700000+185000} = \frac{672500}{913000} = 0{,}736.$$

Представим формулу в другом виде

$$I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} = \sum p_1 q_1 \frac{1}{\sum p_0 q_1} = 35 \cdot 1400 \cdot \frac{1}{913000} + 60 \cdot 7000 \cdot \frac{1}{913000} +$$

$$+ 55 \cdot 3700 \cdot \frac{1}{913000} = \frac{49000}{913000} + \frac{420000}{913000} + \frac{203500}{913000} =$$

$$= 0{,}053 + 0{,}460 + 0{,}223 = 0{,}736.$$

Видно, что и индекс Пааше имеет тот же недостаток.

Не свободен от этого феномена агрегатный взвешенный индекс цен Эджуорта, Маршалла, Боули

$$I_p = \frac{\sum p_1(q_1 + q_0)}{\sum p_0(q_1 + q_0)} = \sum p_1(q_1 + q_0) \frac{1}{\sum p_0(q_1 + q_0)}. \quad (2.17)$$

Аналогичные доводы могут быть приведены против формул с геометрически скрещенными весами (К. М. Уолша) ,[227] и др., которые содержат индексные наборы q x p, p x q, $p(q_1+q_0)$, $p(q_1q_0)$ и именуются индексами цен и продукции.

Разобранные примеры наглядно показывают, что исследуемые алгоритмы ведут к равновзвешиванию, в соответствии с базисным значением индекса, а, поэтому, получаемые числовые результаты будут неверны. Поскольку разобранные формулы обладают равновзвешиванием, становятся понятными причины некоторых других несуразностей агрегатной концепции, в частности интересный феномен, описанный В. П. Сергеевым [134]. При двух видах товаров каждой структуре соизмерителя соответствует определенный уровень агрегатного индекса. Если же число товаров более двух, одно и то же значение индекса может быть получено при различных структурах соизмерителей. Теперь это легко объяснить: в первом случае элементы формулы получают правильные веса, во втором – неправильные, срабатывает равновзвешивание.

Обратимся к еще одной отрицательной стороне индексов. Так, *многие алгоритмы не несут в себе реального экономического смысла.* Достаточно вспомнить индексы Эджуорта-Маршалла-Боули (2.11), Субраманиана Свами (1.16) и др., в которых авторы допускают суммирование цен и количеств в числителе и т.п. Экономический смысл таких конструкций сколь туманный, столь и невероятный.

Таким образом, агрегатная концепция имеет глубокие внутренние противоречия и требует переосмысления и пересмотра.

2.3. Изучение формул кроссингов и индексных систем

Третий блок алгоритмов включает взвешенные позиционные средние и скрещенные аддитивные и мультипликативные средние. Например, такие, как, «идеальная» формула Фишера (1.13, с. 33). На протяжении около 100 лет различные рецензенты ее то защищали, то критиковали, а в СССР просто сурово подвергали нападкам. Вначале было больше критики (Ж. Книбсс [201]). Формулу считали искусственной, абстрактной. В последние десятилетия, в отношении к формуле, наоборот, больше позитива. Например, П. Кевеш в [72] полагает, что экономическое содержание формулы Фишера лучше, чем формул Ласпейреса и Пааше. Р. Аллен [5] вообще считает ее «идеальным» звеном, которое мы ищем» и строит на ее основе свою индексную концепцию.

Между тем «идеальный» индекс Фишера имеет ряд серьезных недостатков.

Во-первых, формула не отвечает циркулярному тесту, предложенному некогда самим Фишером.[10]

Во-вторых, формула мутант лишена конкретного экономического содержания, поскольку ее нельзя представить как отношение двух экономически осмысленных величин.

В-третьих, в формуле нарушено важное условие соответствия индексов, как относительных величин, абсолютным уровням и абсолютным приростам исследуемых явлений. По «идеальной» формуле нельзя вычислить абсолютные приросты стоимости, обусловленные движением цен и изменением объема продукции. То есть разность между

[10] Ради «идеальной» формулы И.Фишер отказался в последствии от циркулярного теста.

числителем и знаменателем «идеального» индекса не покажет никакой реальной экономии (или потерь) потребителей из-за изменения уровня цен.

В-четвертых, в основе конструкции Фишера лежит отношение двух фиктивных величин – перемноженных стоимостей продукции в «рублях квадратных» [77]. Формально, при извлечении корня, «квадратные рубли» преобразуются и становятся реальной единицей измерения. Однако, очевидно, что подобные «показатели» не могут объективно характеризовать состояние явления и взаимосвязь факторов.

В-пятых, формула равновзвешивает признаки. Это следует из преобразования (2.18).

$$I_p = \sqrt{\frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \cdot \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}} = \sqrt{\sum p_1 q_0 \frac{1}{\sum p_0 q_0} \cdot \sum p_1 q_1 \frac{1}{\sum p_0 q_1}}. \quad (2.18)$$

В-шестых, «идеальная» формула не позволяет установить, к какому агрегату товаров относится исчисляемый по ней индекс [98]. При расчете индекса остается неясным вопрос. Что вычисляем? Индекс цен? Нет. Индекс продукции? Тоже нет. Скорее всего, индекс стоимости. Но тогда по данной формуле индекс цен и индекс продукции вычислить нельзя и она имеет крайне ограниченную сферу применения. По поводу этой проблемы Крокстон и Коуден пишут следующее: «Понятие «идеального» индекса встречает возражение со стороны исследователей индексов, принадлежащих к различным школам, на том основании, что аналитик не может сказать точно, что идеальный индекс измеряет» [90, с. 614].

В-седьмых, если формулы Ласпейреса и Пааше не хороши, то чем лучше геометрическая средняя из этих двух индексов?

Таким образом, «идеальная» формула Фишера имеет даже больше недостатков, в сравнении с другими, поскольку, имея свои собственные, она вобрала в себя отрицательные качества индексов Ласпейреса и Пааше.

Справедливости ради следует отметить и преимущества «идеальной» формулы. Она дает хорошее усреднение в диапазоне от индекса Ласпейреса до индекса Пааше, соответствует большинству известных тестов и входит в группу лучших формул, отобранных Фишером.

Кроме «идеальной» формулы, третий блок индексов представлен группой более абстрактных математических средних, имеющих аддитивную конструкцию и мультипликативными формулами (см. Приложение 2). Несмотря на то, что вычисления по этим формулам дают неплохие индексные числа, они, как правило, не применяются по соображениям практического и теоретического характера. Во-первых, вычисления по формулам третьей группы более сложные и громоздкие, чем по формулам взвешенных средних. Во-вторых, возникают дополнительные трудности, связанные со сбором необходимых данных. В-третьих, формулы с трудом поддаются экономической интерпретации и не позволяют выполнять одновременно с вычислением индексов некоторые другие вычисления (например, составление балансов). В-четвертых, алгоритмы дают более или менее удовлетворительное приближение, но не дают точного результата.

Кроме того, недостатком формул третьей генерации является абстрактный математический подход. Взвешенные средние аддитивной структуры имеют в своей основе все-таки более точные алгебраические методы.

Как мы знаем, в статистике большое значение имеет простота вычислений. Между тем *современная индексология развивается по пути все большего усложнения алгоритмов*. Крайне утяжеленный математический подход предлагался Ф. Дивизиа, Л. Торнквистом, Д. Монтгомери, Ю. Вартиа, К. Сато [182, 219, 207, 223], П. Кевешем, Р. Алленом и др. Чего стоит, например, индексная система швейцарского статистика А. Фогта [226].

$$I_p^F = \sqrt{\frac{\sum(p_1q_1)}{\sum(p_0q_0)}}\left(\frac{\sum(p_1q_0)+\sum(p_0q_1)+\sqrt{d}}{\sum(p_1q_0)+\sum(p_0q_1)-\sqrt{d}}\right)^{\frac{\sum(p_1q_0)-\sum(p_0q_1)}{2\sqrt{d}}},$$

при $D > 0$

$$I_p^F = \sqrt{\frac{\sum(p_1q_1)}{\sum(p_0q_0)}} \exp\frac{\sum(p_1q_0) - \sum(p_0q_1)}{\sum(p_1q_0) + \sum(p_0q_1)}\text{, при } D = 0$$

$$I_p^F = \sqrt{\frac{\sum(p_1q_1)}{\sum(p_0q_0)}} \exp\left(\frac{\sum(p_1q_0) - \sum(p_0q_1)}{\sqrt{-D}} \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{-D}}{\sum(p_1q_0) - \sum(p_0q_1)}\right),$$

при $D = 0$,

где

$$D = (\sum(p_1q_0) + \sum(p_0q_1))^2 - 4\sum(p_0q_0)\sum(p_1q_1).$$

Такая конструкция не только крайне сложна, но и имеет довольно туманный экономический смысл. Как мы видим, опора только на формально-математический подход не позволяет построить экономически обоснованный и пригодный для практической статистики индекс.

Общий вывод следующий: нет в настоящее время «идеальной», «наилучшей» или «истинной» формулы. Самые хорошие формулы дают вполне приемлемый результат, в большей или меньшей степени связаны с экономическим содержанием, но не более того. Простые невзвешенные формулы следует отвергнуть по целому ряду мотивов рассмотренных выше. Алгоритмы второй генерации (взвешенные) в большей степени связаны с экономическим содержанием, чем первой и третьей. В этой группе более предпочтительна агрегатная форма, поскольку в ней соблюдается традиционная индексная методология, а в других формах она подменяется методологией средних величин (арифметической или гармонической). Однако, как показал анализ, и взвешенная агрегатная форма имеет концептуальные противоречия и не дает правильного числового результата.

Не удивительно, что многие авторы заявляют о полной неприемлемости теоретико-методологической основы и математического аппарата индексного метода. Так, Р. Л. Раяцкас и М. К. Плакунов считают, что «традиционные методы анализа хозяйственной деятельности, как, например, так называемый индексный метод, непригодны для анализа хозяйственной деятельности, поскольку они основаны на преобразовании одних тавтологий в другие» [120, с.7].

Выводы.

Анализ алгоритмов показал, что все рассмотренные индексы имеют изъяны: самовзвешивание, равновзвешивание, размытый экономический смысл, несоответствие тестам, чрезмерно усложненный математический аппарат, непригодность для практического использования и пр.

Агрегатная концепция имеет глубокие внутренние противоречия, прежде всего, по трем причинам: слабой обоснованности системы взвешивания; неправильно построенным функциональным взаимосвязям в индексных наборах; ошибочной конструкции агрегатного индекса. Кроме того, в ряде взвешенных формул индексные наборы коррелируют и, поэтому, концепция взвешивания имеет не прочную основу. Индексная концепция также неправомерно мирится с множественностью формул. Воистину прав был итальянский статистик Морони, обронивший однажды с досады: «Индексовые числа – широко распространенная болезнь в современной жизни…. Весьма проблематично – хотя такая постановка вопроса граничит с ересью – стало бы нам лучше, если бы весь этот мешок трюков был опорожнен. Многие из этих индексовых чисел настолько древние и устаревшие, настолько далекие от соприкосновения с действительностью, настолько лишены практической ценности сразу после их исчисления, что их регулярные вычисления должны рассматриваться как широко распространенный, обязательный невроз» [208].

Таким образом, концепция индексов нуждается в коренном переосмыслении. Требуется новая архитектура формул, в которой индекс был бы действительно средней обобщающей величиной, вбирающей в себя факторные взаимосвязи между показателями и механизм, учитывающий народнохозяйственную значимость индексируемых видов продукции.

3. ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ ТЕОРИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНДЕКСОВ

3.1. Теория сбалансированных переменных как основа индексной концепции

Как мы знаем, методология индексов опирается на методологию средних величин, а индексный метод является продолжением метода средних. Поэтому недостатки теоретико-методологической концепции индексов и слабые места алгоритмов связаны не только с противоречиями, укоренившимися в самом индексном методе, но и с ошибочными взглядами, сложившимися в теории средних величин. Понимание тесной взаимосвязи двух методов подталкивает к необходимости критического переосмысления концепции средних величин.

Наиболее общее представление о сущности средних величин дает известное определение французского математика О. Л. Коши: «Средней нескольких величин является новая величина, заключающаяся между наименьшей и наибольшей из рассматриваемых величин» [23, с.64]. Определение достаточно ясное и предельно краткое, однако исходит из формально логического представления и поэтому не позволяет глубоко вникнуть в природу средних величин. Европейские статистики еще в начале XX в. отмечали, что определение О. Л. Коши практически не дает ничего нового для понимания сущности средних показателей, поскольку «говорит меньше, чем-то, что мы обычно понимаем под словом «средняя» [23, с.64].

Джини К. дает развернутое определение: "Средняя нескольких величин является результатом действий, выполненных по определенному правилу над данными величинами, и представляет собой либо одну из данных величин, которая не больше и не меньше всех остальных (средняя действительная, или эффективная), либо какую нибудь новую величину, промежуточную между наименьшей и наибольшей из данных величин (счетная средняя)" [23, с.64]. Автор полагает, что средняя лежит между крайними членами ранжированной последовательности, но одновременно считает важными те процедуры или правила, в соответствии с которыми определяется та или иная специфическая средняя. Данная трактовка представляется несколько усложненной и запутанной.

Как видим приведенные определения, тем не менее, скользят по поверхности, не идут дальше простого понимания того, что средняя – есть число между наибольшим и наименьшим. Данное представление о средних может служить хорошей абстрактной иллюстрацией или являться удобным учебным инструментом, но ни чуть не раскрывает содержательной стороны средних величин.

Пытаясь охватить сущность средней А. Я. Боярский и О. Кизини [14, 177], выразили ее посредством аналитической функции членов некоторой совокупности. Численное соответствие определяется, как величина М, удовлетворяющая равенству:

$$f\,(M, M, \dots M) = f(x_1, x_2, \dots x_n), \qquad (3.1)$$

где

f – символ математической формулы;

$x_1, x_2, \dots x_n$ – совокупность действительных чисел.

Если $x_1 = x_2 = \dots = x_s = a$, то

$$f(x_{min}, \dots, x_{min}) = x_{min}; \qquad (3.2)$$

$$f(x_{max}, \dots, x_{max}) = x_{max}. \qquad (3.3)$$

Так как величины x_i больше либо равны x_{min} и меньше либо равны x_{max}, то

$$\bar{x} \geq f(x_{min}, \dots, x_{min}) = x_{min}; \qquad (3.4)$$

$$\bar{x} \leq f(x_{max}, \dots, x_{max}) = x_{max}. \qquad (3.5)$$

Значит, $x_{min} \leq \bar{x} \leq x_{min}$ (3.6) причем знак «равно» имеет место при условии, что $x_1 = x_2 = ... = x_{min} = x_{max}$ [11].

Меж тем и данная формализация не позволяет углубиться в понимание средней величины.

Исследование научных источников показало, что средняя величина трактуется с разных позиций: с точки зрения кривых распределения [70, 165]; теории ошибок [16, 27]; абстракционной теории средних [14]; теории регулирующих средних [113]; концепции степенных средних [35, 111, 144][12]. Первые два подхода в настоящее время отвергнуты, остальные разделяются отечественными статистиками и опираются на общий алгоритм степенных средних.

$$\bar{x} = \sqrt[z]{\frac{\sum x^z}{n}}, \tag{3.7}$$

где
x – переменная;
n – число переменных.

Если z = 2 получаем среднюю квадратическую, при z = 1 – среднюю арифметическую, при z = 0 – среднюю геометрическую и при z = - 1 – среднюю гармоническую.

Кроме степенных, концепция средних величин содержит значительное количество других типов и видов средних. Несмотря на то, что методология проблемы казалось бы разработана достаточно подробно, однако не найдено универсальной и безупречной формулы «на все случаи жизни». Алгоритмы и подходы, применяемые для вычисления средних, многочисленны и крайне специфичны.

---

[11] Условие $x_{\min} \le \bar{x} \le x_{\max}$ относится к средним из абсолютных величин. Для средних из относительных величин оно не обязательно.

[12] За рубежом имеют распространение теория «истинных» величин А. Кетле [75], теория средних К. Джини [23] и др.

При выборе формулы средней статистики советуют придерживаться некоторых правил, порой доходящих до грубого практицизма. Перечислим такие правила: следует опираться на все наблюдения; алгоритм должен обеспечивать простоту вычислений; удобство математических свойств; если результат не устраивает воспользоваться другой формулой и пр. Первое требование вполне резонно, но остальные, по меньшей мере, спорны.

Несмотря на кажущуюся объективность подобных рекомендаций данный подход, является абсолютно формальным. Откровенно говоря, это не научный подход, а «глубоко аргументированная» и хорошо завуалированная подгонка, или, если хотите, приближение под правильный результат.

Степенные средние в настоящее время составляют основу метода средних величин, однако имеют крупный изъян – равновзвешивание. Это следует из следующего преобразования:

$$\bar{x} = \sqrt[z]{\frac{\sum x^z}{n}} = \sqrt[z]{\sum x^z \cdot \frac{1}{n}}, \qquad (3.8)$$

где

$\frac{1}{n}$ – одинаковый удельный вес каждой переменной, зависящий от их количества в статистической совокупности.

Всегда считалось, что взвешенные алгоритмы свободны от этого недостатка, однако он, несомненно, характерен и для них, поскольку взвешивание представляет собой обычный математический прием, позволяющий упростить вычисления.

Покажем это на примере средней арифметической. Она как известно равна

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}. \qquad (3.9)$$

Если $x_1 = x_2 = \ldots = x_k = a$, $x_{k+1} = \ldots = x_n = b$, то средняя может быть записана так:

$$\bar{x} = \frac{ak + b(n-k)}{k + (n-k)}, \qquad (3.10)$$

т.е. в виде взвешенной средней величин *a* и *b*. Принципиальной разницы между выражениями (3.9) и (3.10) нет, поскольку сумма a + a + …+a, взятая k раз, заменена ak и b + b + …+b, взятая n-k раз, представлена как b(n-k).

Вследствие равновзвешивания, при одинаковой сумме признака и количестве переменных, степенная средняя дает один и тот же результат. Например, возьмем три переменных, в сумме дающие 10, тогда возможны некоторые комбинации (1, 1, 8; 1, 2, 7; 1, 3, 6; 2, 3, 5 и т.д.), в каждой из которых средняя равна 3,333. Исходя из простой логики такого не должно быть. Однако это становится возможным, поскольку срабатывает равновзвешивание, каждая переменная получает одинаковый удельный вес 33,3%.

В содержательном смысле средняя степенная отождествляется с относительными величинами [2, 20]. К.Джини прямо отмечал: «… средняя является показателем пригодным для измерения какого-либо особого аспекта массового явления, а именно *его интенсивности,* независимо от влияния числа составляющих его элементов» [23, с.416]. И. С. Пасхавер [114] и другие авторы [27], пытаясь разделить средние и относительные величины, рекомендовали считать среднюю “мерой признака в расчете на единицу совокупности” [114, с. 56]. Однако и при таком подходе средние величины, тем не менее, предстают как относительные величины интенсивности, и становятся весьма схожи с такими показателями, как национальный доход на душу населения, число лиц, имеющих высшее образование в расчете на 1000 жителей, плотность населения на 1 кв. км. и т.п. Поэтому данная трактовка средних представляется ошибочной.

Рассмотрим пример, позволяющий лучше представить суть поставленной проблемы. Вычислим среднюю прибыль предприятия (см. табл. 3.1).

Таблица 3.1

Показатели работы предприятия

Наименование	Велосипеды	Мотоциклы	Тележки
Объем продажи (шт.)	75000	45605	24100
Себестоимость единицы продукции (тыс. руб.)	257,5	1678,7	235,5
Прибыль на одно изделие (тыс. руб.)	32,5	251,8	25,9
Цена (тыс. руб.)	290	1930,5	261,4
Выручка (млн. руб.)	21750	88040,5	6299,7
Численность персонала, занятого в производстве (чел.)	564	498	232

Источник: разработка автора

Согласно теории степенных средних "средняя" прибыль будет равна:

$$x_{\text{àðèô}} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \frac{32{,}5 \cdot 75000 + 251{,}8 \cdot 45605 + 235{,}5 \cdot 24100}{75000 + 45605 + 24100} = \frac{19596389}{144705} =$$

$$= 135{,}4\text{òûñ.ðóá.},$$

В действительности определена не средняя прибыль, а некая сумма прибыли, отнесенная на единицу продукции. С таким же успехом можно рассчитать "среднюю" прибыль приходящуюся на 1 рубль реализованной продукции,

$$x_{\text{àðèô}} = \frac{32{,}5 \cdot 21750 + 251{,}8 \cdot 88040{,}5 + 235{,}5 \cdot 6299{,}7}{21750 + 88040{,}5 + 6299{,}7} = \frac{24359052{,}25}{116089{,}7} =$$

$$= 0{,}2098\text{ðóá.},$$

на 1 рубль затрат

$$x_{\text{àðèô}} = \frac{32{,}5 \cdot 257{,}5 + 251{,}8 \cdot 1678{,}7 + 25{,}9 \cdot 235{,}5}{257{,}5 + 1678{,}7 + 235{,}5} = \frac{437164{,}9}{2171{,}7} =$$

$$= 0{,}2013\text{ðóá.},$$

или на одного работника

$$x_{\text{àðèô}} = \frac{32{,}5 \cdot 564 + 251{,}8 \cdot 498 + 235{,}5 \cdot 232}{564 + 498 + 232} = \frac{198362{,}4}{1294} =$$

$$= 153{,}3\text{òûñ.ðóá.}$$

и пр.[13]

В содержательном смысле рассчитанные показатели не будут иметь ничего общего со средней прибылью, а станут характеризовать рентабельность реализованной продукции, затрат, эффективность использования персонала и пр. Как мы знаем данные показатели являются классическими относительными величинами.

Если в теоретическом плане концепция средних подменяется теорией относительных показателей, то в методологическом аспекте допускается полный произвол. Средняя может быть рассчитана абсолютно по любым правилам и технологиям, лишь бы получалось примерно достоверное, близкое к истинному, более не менее правдивое число.

Так, например, степенные средние определяются как равновзвешенный центр распределения. Каждая переменная, как мы убедились, берется с определенным одинаковым удельным весом, в зависимости от количества переменных и умножается на саму себя. В средней гармонической эти удельные веса наименьшие, а в биквадратической наибольшие. В связи с этим, средняя гармоническая наименьшая, а биквадратическая наибольшая из ряда степенных и поэтому выполняется правило мажорантности.

Другая группа показателей – медиана, квартиль, дециль, центиль, квантиль, центральный член – определяются как центр совокупности или ее части. Медиана единственный центральный член совокупности, квартиль – три центральных члена, дециль – девять центральных членов и т.д.

Мода, антимода, высшее значение, низшее значение, вообще не вычисляются, а просто отыскиваются. Так, поскольку мода – это главная переменная, преобладающее значение, то на нее указывает переменная, чаще всего встречающаяся в совокупности.

Таким образом, при определении средних применяются следующие подходы: позиционирования (медиана, квартиль,

---

[13] В сельском хозяйстве может быть еще рассчитана прибыль на 1 рубль материально-денежных затрат, на одну кормовую единицу, один чел/час. и др.

дециль, центиль, квантиль, тантиль); преобладания (мода, антимода, высшее значение, низшее значение); деления на части (полусумма крайних членов, разделительное значение); приближения к правдоподобному результату по формулам фантомам (степенные средние), алгебраическим и тригонометрическим функциям.

Для аналитических средних (за исключением антигармонической) используется один общий, но неверный принцип: средние выводятся в расчете на единицу совокупности, по аналогии с относительными показателями интенсивности.

Теперь понятно, почему в статистической литературе нет единого понимания статуса и предназначения средних величин. Одни авторы именуют их средними величинами и одновременно показателями центральной тенденции (Юл, Кендэл [164]), другие называют их серединой, центром распределения (Боули [13], Миллс [103]), третьи видят в них, кроме прочего, обобщающие показатели (Рябушкин [122-124], Дружинин [26, 27]).

Данный разброс мнений связан в первую очередь с неточной идентификацией статуса этих показателей статистиками. Изначально за средними величинами была закреплена функция усреднения. Понимая, что как раз эта функция выполняется не четко и не полно, статистики вводят понятие центра распределения, середины и пр. Между тем, усредняя, средние величины, прежде всего, обобщают некоторые явления. Наряду со средними, функцию обобщения выполняют также и такие статистические инструменты, как таблицы, относительные величины, индексы и др. Пытаясь лавировать между тождественными во многом понятиями и показателями, статистики не только не разъяснили предназначения средних величин, но и окончательно запутали проблему.

Средняя величина крайне сложная категория. Понятие средней находится на стыке нескольких наук, прежде всего, философии, затем логики, конечно математики, и, наконец, экономики и статистики.

В философском понимании, средняя – это общая точка, равнодействующая сила или как отмечали древние мыслители «центр тяжести». Она в некотором роде плод воображения ума, одна из многочисленных научных фантазий, помогающих постигать окружающий мир. Родившись однажды в человеческом мозге, средние величины стали удобным способом абстракции, предназначенным для адекватного отображения реальной действительности.

Средняя – есть орудие сравнения, отождествления и обобщения явлений. Она дает абстрактную, обобщающую характеристику некоторой группы переменных. Процесс вычисления средней является одним из элементов сложного механизма абстрагирования и выводит мыслительную деятельность на более высокий уровень.

Основная роль средних заключается в том, чтобы выражать некоторые элементарные или сложные явления при помощи немногих простых чисел. Поскольку человеческий интеллект не в состоянии сразу охватить множество разрозненных статистических данных, то их можно сгруппировать, упростить, привести к средним. Поэтому, в некотором смысле, нахождение средней – это способ познания мира и инструмент упорядочения хаоса.

С позиций логики средняя представляет собой обобщающее число, удачно характеризующее большой массив данных. Логика предполагает, что это число заключено между наименьшим и наибольшим значением переменных, причем не выходит за их пределы.

Если логика только допускает, то математика прямо выводит среднюю из пределов между наименьшим и наибольшим из группы чисел. В этом смысле, средняя – продукт математической обработки чисел, результат формализованного представления данных. Она является обобщенным итогом, впитывающим в себя меньшие и большие числа.

Формально, из любой совокупности явлений или последовательности элементов одного явления можно вывести обобщенную количественную характеристику, заключающуюся в пределе между ее нижним и верхним значением. Однако математика, имея дело с количественными отношениями в самой общей форме, отвлекается от качественного содержания процессов. Поэтому одной математики для характеристики средней недостаточно. Сведение теории средних только к операциям с математическими формулами равносильно непониманию целей и задач статистики.

В экономическом смысле, средняя величина – это показатель, характеризующий типичные размеры и количественные соотношения, присущие исторически конкретным общественным явлениям, процессам и их признакам. Средняя характеризует тип явления, общие закономерности его проявления.

Как статистическая категория, средняя не просто продукт вычислений, но и количественная характеристика объективного свойства совокупности. Средняя величина из эмпирического ряда распределения, выражает объективное свойство конкретной совокупности, сложившееся в данных условиях места и времени. Она предстает как наиболее типичная, характерная, обобщающая величина. Как точно отметил А. Боули: «Средняя представляет распределение в целом только постольку, поскольку она является типичной для него величиной. Если индивидуальные данные, входящие в распределение, очень сильно отклоняются друг от друга и не обнаруживается никакой очевидной концентрации, то ни одна величина не может их репрезентировать» [13, с. 89].

Собирая воедино знания, накопленные разными науками, особенно логикой и алгеброй, статистика выдвигает особый метод логико-математического обобщения показателей – средние величины.

Средняя в статистике аналогична понятию “равнодействующей” или “центра тяжести” в физике[14]. Данная идея высказывалась в недавнем прошлом, так М. Смит в работе “Основы статистической методологии” пишет: “Понятие взвешенной средней до известной степени аналогично понятию центра тяжести в механике…” [138, с. 122]. Далее, в этой же работе, Смит приводит еще один удачный синоним, характеризуя среднюю как равнодействующую.

Средняя является единым (и единственным) числом, вбирающем в себя особенности и уровни всех переменных. Она

[14] К слову сказать, Архимед в III веке до н.э. пользовался термином «центр тяжести», соответствующим современному пониманию средней величины.

выступает общей точкой, обобщающей характеристикой статистической совокупности. «Среднее число служит, конечно, сводным признаком par excellence, именно тем сводным признаком, с помощью которого чаще всего и лучше всего удается дать характеристику большой группы и как бы овладеть ею количественно” [138, с. 27]. Однако в зависимости от своеобразия массива данных средняя будет находиться не точно по центру, а сместится в ту или другую сторону.

При таком подходе, средняя призвана служить мерой признака лежащего между его наименьшим и наибольшим числом. Поэтому она не должна определяться в расчете на единицу совокупности. Теоретически, можно предположить, что средняя это всегда новая величина, не совпадающая ни с одним числом из осредняемой совокупности, т.к. в противном случае это не средняя. Исключением являются случаи, когда все числа в усредняемой совокупности одинаковы.

Среднюю следует рассматривать как равнодействующую, а метод средних величин — как способ определения равнодействующей, обобщающей характеристики независимо от причин, их порождающих. В. И. Ленин писал, что средняя дает «изображение процесса *в целом,* учет всех тенденций и определение их равнодействующей или их суммы, их результата» [91, с. 195-196].

Действительно критерий “равнодействующей” или “центра тяжести”, когда разные силы уравновешиваются, является удачной аналогией. Он ближе к понятию средней в статистике, чем, например, понятие равноудаленного геометрического центра. Если опереться на данную логическую посылку можно сделать вывод, что позиционные средние: мода и медиана являются лишь сурогатными средними или просто удобной аналогией для демонстрации понятия средних.

Центр, применительно к средним, означает наличие общего числа, вобравшего в себя особенности и разные уровни всех переменных. Выступая как общая точка, обобщающая характеристика статистической совокупности, средняя конечно должна лежать между наименьшим и наибольшим числом. Однако, средняя не просто должна находиться в пределах между крайними членами. Логическое допущение должно быть жестче – средняя не может совпадать ни с минимальной, ни с максимальной переменной.

Если определять среднюю в расчете на единицу совокупности, то неизбежно равновзвешивание. В этом случае получаем не среднюю, а равнопропорциональную величину. Роль каждого числа в формировании уровня средней будет одинакова, поскольку любое из чисел получит равный удельный вес. Поэтому деление на количество переменных неприемлемо.

Средняя должна выражать своеобразие массива данных и главное *значимость, весомость каждой переменной*, входящей в совокупность. Не менее важно, чтобы средняя величина отразила *общий масштаб признака и число переменных* из которых она определена. Масштаб признака, число переменных и их весомость – вот *три признака, которые должны быть включены в алгоритм средней.*

Вычисление средней – это один из важных и распространенных приемов обобщения и абстрагирования. Чтобы обобщить, следует определить, насколько значимы, важны, весомы числа входящие в совокупность. Для этого следует рассчитать удельный вес каждого данного числа в сумме всех чисел. Умножив затем полученные доли на сами числа, можно собрать обобщающее число из кусочков разных чисел, входящих в данную совокупность. В этом состоит первый наиболее универсальный прием обобщения.

Можно применить и формально-логический подход. Возьмем любое число А. Если

$\frac{A^2}{A} = A$, то и $\frac{\sum \grave{A}^2}{\sum \grave{A}} = \grave{A}$. Например, если $\frac{3^2}{3} = 3$, то и $\frac{3^2 + 3^2 + 3^2}{3 + 3 + 3} = 3$.

Аналогично, если удвоенная переменная, деленная на саму себя, воспроизводит саму себя, то сумма удвоенных переменных, деленная на их сумму, также воспроизводит самих себя[15].

То есть, если $\frac{x^2}{x} = x$, то $\frac{\sum x_i^2}{\sum x_i} = \bar{x}$.

Следовательно, обобщающей характеристикой переменных $x_1., x_2, ... x_n$, будет сумма квадратов переменных деленная на сумму переменных. Используя числовые данные, получим, если $\frac{2^2}{2} = 2$, то и $\frac{2^2 + 2^2 + 2^2}{2 + 2 + 2} = 2$, а $\frac{2^2 + 3^2 + 5^2}{2 + 3 + 5} = 3{,}8$.

Возможны также два других пути обобщения.

В соответствии с первым, определяется минимальный общий признак, присущий всем элементам совокупности и к нему присоединяются обобщаемые различия, в соответствии с их удельным весом в сумме признаков (чисел)

$$\bar{x} = x_{min} + \frac{\sum (x_i - x_{min}) x_i}{\sum x_i}, \qquad (3.11)$$

Источник: разработка автора

где

x_{min} – минимальное значение признака;

x_i – значения признака.

В соответствии со вторым, определяется максимальный общий признак, присущий какому либо элементу совокупности и из него исключаются обобщаемые признаки, в соответствии с их удельным весом в сумме признаков (чисел)

---

[15] Соотношений, которые бы воспроизводили переменную можно подобрать достаточно много. Например, $\frac{\sum x_i^3}{\sum x^2_i}$, $\frac{\sum x_i^4}{\sum x^3_i}$ и т.д., или $\frac{\sum x}{n}$, если все «x» одинаковы. Однако в таких соотношениях переменная приобретает либо одинаковый удельный вес, либо неправильный, не связанный со значимостью (величиной) переменной «x». Поэтому использование приведенных алгоритмов для расчета средней величины неприемлемо.

$$\bar{x} = x_{max} - \frac{\sum (x_{max} - x_i) x_i}{\sum x_i}. \qquad (3.12)$$

Источник: разработка автора

где

x_{max} – максимальное значение признака.

Теперь покажем на числовом примере, как проявляют себе эти два приема логического обобщения.

$$\bar{x} = 2 + \frac{(2-2)2 + (2-3)3 + (2-5)5}{2+3+5} = 3{,}8$$

$$\bar{x} = 5 - \frac{(5-2)2 + (5-3)3 + (5-5)5}{2+3+5} = 3{,}8$$

Первоначально выдвинутая гипотеза и предложенные приемы обобщения, а также разобранные примеры расчета средней, приводят к одинаковым результатам, поэтому будем рассчитывать среднюю величину из суммы усредняемых чисел, придав каждой переменной ее действительный удельный вес в сумме переменных.

Если дана совокупность чисел:

$x_1., x_2, \ldots x_n$,

то средней величиной членов всей совокупности будет сумма значений признака, умноженных на удельный вес каждого признака в статистической совокупности.

Тогда формула средней невзвешенной будет иметь вид:

$$\bar{x} = x_1 \frac{x_1}{\sum (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)} + x_2 \frac{x_2}{\sum (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)} + \ldots + x_n \frac{x_n}{\sum (x_1 + x_2 + \ldots + x_n)} =$$

$$= \sum x_i \frac{x_i}{\sum (x_i)} = \frac{\sum x_i^2}{\sum x_i}., \qquad (3.13)$$

где

x_i – значения признака.

Как видим, формальный и логический подход, а также предложенные способы обобщения привели к одному результату – алгоритму средней антигармонической величины. Формула устраняет равновзвешивание и придает каждой переменной правильный удельный вес в сумме усредняемых чисел: большим больший, меньшим меньший. Исходя из логики обобщений и правил простой алгебры, так и должно быть.

Сравним полученную формулу с алгоритмом средней арифметической. Для простоты и наглядности расчетов, возьмем три переменных, в сумме дающие 10, тогда возможны следующие комбинации (1, 1, 8; 1, 2, 7; 1, 3, 6; 2, 3, 5 и т.д.) (см. табл. 3.2).

Средняя арифметическая явно не внушает доверия, поскольку из расчетов следует, что при любой комбинации чисел средняя равна 3,333. Особенно неправдоподобными выглядят комбинации № 1, № 2, № 3, № 5. Такой странный результат становится возможным, поскольку срабатывает равновзвешивание, каждая переменная получает одинаковый удельный вес 33,3%.

По алгоритму средней антигармонической удельные веса переменных и средние разные. Так, во второй комбинации, где x_1=1, x_2=2, x_3=7, первая переменная x_1 получает удельный вес 10%, x_2 – 20%, x_3 – 70%. Так и должно быть. По средней арифметической результат неверен, так как значение меньших переменных завышено, а больших – занижено. По средней антигармонической результат верен, поскольку все переменные получили правильные веса.

Средняя антигармоническая дает реальную обобщенную характеристику наиболее значимых величин, среди типичных. Следовательно, в разрез со сложившимися стереотипами средняя предстает не как центральная, половинная величина между наименьшим и наибольшим значением, а как главная переменная, среди типичных.

Таблица 3.2

Сравнение средней арифметической и средней антигармонической

№ п/п	x_1	x_2	x_3	$\sum x_i$	Расчет средней по формуле $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$		Расчет средней по формуле $\bar{x} = \frac{\sum x_i^2}{\sum x_i}$			
					Удельный вес каждой переменной, %	Результат	Удельный вес каждой переменной, %			Результат
							x_1	x_2	x_3	
1	1	1	8	10	33,3	3,333	10	10	80	6,6
2	1	2	7	10	33,3	3,333	10	20	70	5,4
3	1	3	6	10	33,3	3,333	10	30	60	4,6
4	1	4	5	10	33,3	3,333	10	40	50	4,2
5	2	2	6	10	33,3	3,333	20	20	60	4,4
6	3	3	4	10	33,3	3,333	30	30	40	3,4
7	4	4	2	10	33,3	3,333	40	40	20	3,6
8	2	3	5	10	33,3	3,333	20	30	50	3,8

Источник: разработка автора

Опираясь на конструкцию невзвешенной, запишем взвешенную формулу.

$$\bar{x} = x_1 \frac{x_1 f_1}{\sum(x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n)} + x_2 \frac{x_2 f_2}{\sum(x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n)} + \ldots$$

$$+ x_n \frac{x_n f_1}{\sum(x_1 f_1 + x_2 f_2 + \ldots + x_n f_n)} = \frac{\sum x^2{}_i f_j}{\sum x_i f_j}, \qquad (3.14)$$

где

$\mathbf{f}_i$ – частоты.

Как и в степенных средних, взвешенная формула не улучшает результат, а является средством сокращения расчетов.

Джини критиковал среднюю антигармоническую, отмечая, что она может быть определена «если все числа имеют один и тот же знак», т.е. из области либо только положительных, либо только отрицательных чисел [23, с. 66, 67]. Конечно, средняя из совокупности и положительных и отрицательных чисел вычисляется крайне редко, но для таких случаев можно предложить следующую формулу:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i^2 - \sum x_j^2}{\sum x_i - \sum x_j}, \qquad (3.15)$$

Источник: разработка автора

где

x_i – положительные переменные;

x_j – отрицательные переменные.

Используя алгоритм антигармонической средней можно сконструировать два вида средних антигармонических позиционных.

Формула антигармонической позиционной первого вида следующая.

$$\bar{x}_{\text{ñòðîîç .1}} = x_{min} \frac{x_{min}}{(x_{min} + x_{max})} + x_{max} \frac{x_{max}}{(x_{min} + x_{max})}, \qquad (3.16)$$

Источник: разработка автора

где

x_{min} – минимальное значение признака;

x_{max} – максимальное значение признака;

Формула антигармонической позиционной второго вида следующая.

$$\bar{x}_{\text{ñòðîîç .2}} = x_{min}\frac{x_{min}}{(x_{min} + Me + x_{max})} + Me\frac{Me}{(x_{min} + Me + x_{max})} + \quad ,(3.17)$$

$$+ x_{max}\frac{x_{max}}{(x_{min} + Me + x_{max})}$$

Источник: разработка автора

где

Ме – медиана.

Правило мажорантности в отношении к предложенным средним формулируется так $X_{\text{антигарм. поз 1}} > X_{\text{антигарм. поз 2}} > X_{\text{структ.}}$. Благодаря конструкции формулы, средняя антигармоническая величина никогда не выходит за рамки наименьшего или наибольшего числа совокупности.

Вычислим пример, используя предложенные формулы (см. табл. 3.3).

Подставив рассчитанные данные в формулы, получим

$$\bar{x}_{\text{арифм}} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{18}{12} = 1{,}5,$$

$$\bar{x}_{\text{антигарм}} = \frac{\sum x^2_i}{\sum x_i} = 1{,}5933,$$

$$\bar{x}_{\text{àíòèãàðì ..ïîç .1}} = 1\frac{1}{1+2} + 2\frac{2}{1+2} = 1\cdot 0{,}333 + 2\cdot 0{,}667 = 0{,}333 +$$

$$+ 1{,}334 = 1{,}667.$$

Рассчитаем медиану 12 : 2 = 6, накапливая частоты (2 + 1 + +2 + 2), получим, что Ме = 1,5. Тогда,

$$\bar{x}_{\text{àíòèãàðì .ïîç .2}} = 1\frac{1}{1+1{,}5+2} + 1{,}5\frac{1{,}5}{1+1{,}5+2} + 2\frac{2}{1+1{,}5+2} =$$

$$= 1\cdot 0{,}222 + 1{,}5\cdot 0{,}333 + 2\cdot 0{,}444 = 0{,}222 + 0{,}499 + 0{,}888 = 1{,}609.$$

Таблица 3.3

Данные для расчета средних величин

x_i	x	f	xf	$\frac{x_i}{\sum x_i}$	$x_i \frac{x_i}{\sum x_i}$	$\frac{x_i f_j}{\sum x_i f_j}$	$x_i \frac{x_i f_j}{\sum x_i f_j}$
1	1	2	2	0,0556	0,0556	0,1111	0,1111
1	1,1	1	1,1	0,0556	0,0556	0,0611	0,0672
1,1	1,2	2	2,4	0,0611	0,0672	0,1333	0,16
1,2	1,5	2	3	0,0667	0,08	0,1667	0,25
1,2	1,8	2	3,6	0,0667	0,08	0,2	0,36
1,5	1,9	1	1,9	0,0833	0,125	0,1056	0,2006
1,5	2	2	4	0,0833	0,125	0,2222	0,4444
1,8				0,1	0,18		
1,8				0,1	0,18		
1,9				0,1055	0,2005		
2				0,1111	0,2222		
2				0,1111	0,2222		
Сумма 18		12	18	1	1,5933	1	1,5933

Источник: разработка автора

Среднюю антигармоническую можно назвать истинной, поскольку в ней реализован правильный принцип логического обобщения – усредняемые числа получают действительный удельный вес: большие больший, меньшие меньший. Усреднение с помощью степенных средних, напротив, не соответствует законам и принципам логического обобщения, в них происходит равновзвешивание признаков, что позволяет получить удовлетворительное приближение, но не дает точный числовой результат.

Учитывая изложенные теоретико-методологические положения о средней, а также новую роль, которую приобретают переменные в предложенных выше алгоритмах, данную концепцию можно назвать *теорией сбалансированных переменных*.

Таким образом, новый теоретико-методологический подход к исчислению средних величин не налагается на методологию относительных показателей и не конфликтует с последней. Средние получают четко очерченную нишу в системе статистических показателей. Статистик более не стоит перед проблемой правильного выбора и всестороннего обоснования формулы средней.

3.2. Исходные принципы конструирования индексов

Как мы убедились, индексологии известны различные способы конструирования индексов: на основе формул средних величин; путем создания алгоритмов кроссингов; исходя из математических апроксимаций различных теоретических идей и др. Меж тем, одни из них исчерпали себя, другие свелись к хаотическому поиску лучших формул, третьи в силу математических и вычислительных сложностей не нашли практического применения в статистической работе. Автор остановит свое внимание на простых, но ранее не применявшихся методах: методе логического обобщения и методе матричного моделирования. Применяя их, попробуем сконструировать новые индексы.

Любое сложное явление может изучаться в сравнении с подобным себе, более простым явлением. Руководствуясь этой посылкой и проводя сравнение объектов, можно, например, вычислить во сколько раз одно явление больше другого или какую часть первого занимает второе. Иными словами разные состояния явления можно сравнивать в прямом и обратном направлениях. Сравниваемыми ситуациями могут быть: сопоставление показателя с эталоном или нормативом, соотношение цен за два периода времени или две ситуации в пространственном смысле (например, сравнение двух районов страны по численности некоторых групп населения) и др. Отсюда можно заключить, что исчисление индекса подчиняется следующему общему принципу: изменение между двумя и несколькими ситуациями может быть показано серией чисел в форме отношения, рассчитанного вперед или назад, и одно соотношение является обратной величиной другого.

Более глубокое понимание явления можно получить, если разбить его на функционально взаимосвязанные показатели и обобщить, сравнив его новое состояние с базисным. Наилучшей формой для проведения таких сравнений является форма кратной зависимости или иными словами форма относительного соотношения чисел. Поскольку как простые, так и сложные показатели нередко качественно разнородны, имеют значительное количественное варьирование и состоят из ряда взаимосвязанных элементов, то с целью обобщения их следует усреднить. Поэтому, чтобы сопоставить и обобщить две сравниваемые статистические совокупности, необходимо вычислить среднюю из относительных соотношений.

Опираясь на данную исходную логическую посылку расчет индекса можно представить в виде следующей схемы (рис. 3.1).

1 $\frac{p_1}{p_0}=\frac{105}{100}$	2 $\frac{p_1}{p_0}=\frac{825}{800}$	3 $\frac{p_1}{p_0}=\frac{550}{600}$
4 $\frac{p_1}{p_0}=\frac{1050}{1000}$	5 $\frac{p_1}{p_0}=\frac{155}{130}$	6 $\frac{p_1}{p_0}=\frac{500}{550}$
7 $\frac{p_1}{p_0}=\frac{60}{50}$	8 $\frac{p_1}{p_0}=\frac{1360}{1050}$	9 $\frac{p_1}{p_0}=\frac{340}{400}$

Рис. 3.1 Схема расчета индекса
Источник: разработка автора

На схеме представлены данные о ценах девяти видов продукции за два сравниваемых периода. Цены имеют разный уровень (различаются более чем в 22 раза (1360 : 60)) отражающий народнохозяйственную значимость каждого вида продукции (соответственно большую или меньшую). Исходя из логики статистических обобщений, конструкция алгоритма и получаемое индексное число в концентрированном виде должны вобрать в себя масштаб цен, выразить народнохозяйственную значимость продукции через уровень цен, усреднить сравниваемые соотношения цен.

Руководствуясь данной логической посылкой, в конструируемом алгоритме, во-первых, необходимо рассчитать соотношения цен, путем сравнения последующего состояния цен с предыдущим (т.е. за отчетный и базисный период). Во-вторых, определить удельный вес каждого соотношения цен по всем видам продукции в общей сумме цен. В-третьих, усреднить соотношения цен за отчетный и базисный период по всем видам продукции и получить обобщенное состояние цен за два периода в виде индексного числа. В отличие от агрегатных взвешенных индексов, цены за базисный и отчетный период будем сравнивать по каждому виду продукции отдельно, а не суммарно, вперемежку, как две корзины товаров.

Введем следующие обозначения: p – цены, q – объем продукции в натуральном выражении. Символам p и q придаем два подписных знака: первый предназначен для обозначения вида продукции, а второй для рассматриваемой ситуации. Так, p_{it} и q_{it} – это цены и объем производства i-го вида продукции в ситуации t. Предполагается, что имеется n видов продукции, то есть i=1, 2, 3, …, n, и две ситуации: базисный и отчетный периоды. Тогда p_{i0} q_{i0} и p_{i1} q_{i1} представляют собой цену и количество i-го вида продукции в базисном и отчетном периоде. Примем критерий прямого отношения: отчетный период будем сравнивать с базисным. Индекс обозначим I.

Как было отмечено, индекс – это, прежде всего, средняя величина, поэтому используем формулы (3.13) и (3.14) для построения индексов. Одновременно применим матричный подход для обоснования индексных алгоритмов.

Построим простейшую логическую матрицу объемов производства продукции по некоторому виду продукции.

Ситуации	q
0	q_0
1	q_1

Чтобы дать обобщенную характеристику матрице, можно вычислить такие соотношения как: $q_1 + q_0$, q_1 x q_0 и $\frac{q_1}{q_0}$.[16] Если q_1=13, а q_0=10, тогда, абсолютной (аддитивной) характеристикой матрицы будет число 23 (13 + 10), геометрической

[16] Логическую основу имеет также соотношение $\frac{q_0}{q_1}$, как обратное к $\frac{q_1}{q_0}$.

(мультипликативной) 130 (13x10) и относительным числом (т.е. кратным представлением данных) 1,3 (13:10).[17]

Ситуации	q
0	10
1	13

Рассчитанные соотношения позволяют измерить матрицу, вывести ее обобщающую характеристику, сравнить и на этой основе вскрыть, объективную взаимосвязь между объемами продукции за два периода.

Аналогичным образом можно построить матрицу цен, затрат, прибыли и др.

Итак, нами рассмотрен пример простейшей логической матрицы, опирающейся на данные за два периода по одному виду продукции. Между тем, индекс это сложный, многомерный показатель позволяющий сравнить и обобщить данные за два периода (или за несколько периодов) по многим видам продукции. Поэтому перейдем к матрице включающей *n* видов продукции.

Матрица продукции			Виды продукции				
			1	2	3	…	n
Объем продукции	отчетный и базисный период	0	q_{01}	q_{02}	q_{03}	…	q_{0n}
		1	q_{11}	q_{12}	q_{13}	…	q_{1n}

Или

[17] Эти соотношения имеют объективную основу, поскольку поддаются логической интерпретации и опираются на известные функциональные зависимости между показателями: аддитивную $Y=\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n$, мультипликативную $Y=\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \times x_2 \times x_3 \times ... \times x_n$ и кратную $Y=\frac{x_1}{x_2}$. Наряду с этим, справедливо, например, соотношение $q_1 - q_0$. Имея логическую основу, оно, однако, не поддается формальной интерпретации с помощью известных функциональных зависимостей.

Матрица продукции			Виды продукции				
			1	2	3	…	n
Объем продукции	отчетный и базисный период	0	10	12	11	…	14
		1	13	7	6	…	15

Источник: разработка автора

Из построенной матрицы, первый элемент индексной конструкции для объемов продукции будет иметь вид $\frac{q_{11}}{q_{10}}$, второй $\frac{q_{21}}{q_{20}}$ и т.д.

Теперь, чтобы построить формулу индекса, используем прием логического обобщения, изложенный в предыдущей главе монографии. Для того чтобы каждое соотношение $\frac{q_{i1}}{q_{i0}}$ по индексируемым видам продукции получило правильный вес, придаем ему коэффициент K_{qi}, соответствующий удельному весу каждого элемента $\frac{q_{i1}}{q_{i0}}$ в их сумме. Таким образом, приходим к следующей конструкции индекса объема продукции.

$$I_q = \sum \frac{q_{i1}}{q_{i0}} K_{qi}. \qquad (3.18)$$

Источник: разработка автора

Аналогично, формула индекса цен будет иметь вид.

$$I_p = \sum \frac{p_{i1}}{p_{i0}} K_{pi}, \qquad (3.19)$$

Источник: разработка автора

где

K_{qi} – удельный вес каждого элемента $\frac{q_{i1}}{q_{i0}}$ в сумме $\frac{q_{i1}}{q_{i0}}$.

K_{pi} – удельный вес каждого элемента $\frac{p_{i1}}{p_{i0}}$ в сумме $\frac{p_{i1}}{p_{i0}}$.

Назовем полученные индексы простыми индексами объема продукции и цен. Применяя аналогичный подход можно построить простой индекс затрат на единицу продукции, индекс прибыли и др.

Простые матрицы приводят к простым индексам. Построим более сложную матрицу – матрицу стоимости, отражающую объективную взаимосвязь между объемом продукции и ценой.

Матрица стоимости продукции		Ситуации цен	
		0	1
Отчетный и базисный период	0	q_0p_0	q_0p_1
	1	q_1p_0	q_1p_1

Источник: разработка автора

Матрица отображает четыре ситуации: базисную, отчетную и две промежуточные. Если построить аддитивную модель, то она будет отражать арифметическую конфигурацию матрицы, как сумму ситуаций ($q_0p_0 + q_1p_1$). Мультипликативная модель позволит вычислить геометрическую конфигурацию, как произведение ситуаций ($q_0p_0 \times q_1p_1$). Кратная модель, даст возможность рассчитать как соотносится последующая ситуация и предыдущая $q_1p_1 : q_0p_0$.

Матрица стоимости продукции		Ситуации цен	
		0	1
Отчетный и базисный период	0	10х50	10х60
	1	13х50	13х60

или

Матрица стоимости продукции		Ситуации цен	
		0	1
Отчетный и базисный период	0	500	600
	1	650	780

Источник: разработка автора

В нашем примере, арифметической, геометрической и относительной характеристикой, позволяющей измерить матрицу, будут следующие соотношения.

1280 = (13х60)+(10х50)=780+500 – аддитивная модель.

390000 = (780 х 500) – мультипликативная модель.

1,56 = (13х60):(10х50)=780 : 500 – кратная модель.

Первое число дает сумму стоимостей продукции за базисный и отчетный период. Второе число отражает мультипликативную взаимосвязь факторов, но не имеет логической интерпретации. Третье число позволяет сравнить отчетную и базисную стоимость продукции, разбитую на факторы цены и объема продукции.

Конструирование индексов проводится по ячейкам справа налево и снизу вверх. В этом случае соблюдается главный принцип индексирования: последующая ситуация сравнивается с предыдущей. Диагональ 780х500 (ячейки 11/00) является главной диагональю матрицы, поскольку дает искомое соотношение $\frac{q_1 p_1}{q_0 p_0}$, служащее основой конструкции индекса стоимости.

Для двух и более видов продукции матрица будет расширяться и получит вид:

Матрица стоимости продукции		Виды продукции					
Стоимость продукции	отчетный и базисный период		1	2	3	…	n
		0	$q_{01}p_{01}$	$q_{02}p_{02}$	$q_{03}p_{03}$	…	$q_{0n}p_{0n}$
		1	$q_{11}p_{11}$	$q_{12}p_{12}$	$q_{13}p_{13}$	…	$q_{1n}p_{1n}$

Или

Матрица стоимости продукции		Виды продукции					
Стоимость продукции	отчетный и базисный период		1	2	3	…	n
		0	15	10	12	…	16
		1	8	6	9	…	14

Источник: разработка автора

Из данной матрицы первый элемент индексной конструкции для стоимости продукции будет иметь вид $\frac{q_{11}p_{11}}{q_{10}p_{10}}$, второй $\frac{q_{21}p_{21}}{q_{20}p_{20}}$ и т.д. Полученные соотношения позволяют сравнивать базисную и отчетную стоимость первого вида продукции, второго и других.

Таким образом, на пути конструирования индекса решены две проблемы: во-первых, в полученных соотношениях сравниваются две ситуации базисная и отчетная, во-вторых, каждая ситуация разбита на взаимосвязанные факторы. Осталось последнее – обобщить (усреднить) индексируемые соотношения.

Для того чтобы стоимостное соотношение $\frac{q_1p_1}{q_0p_0}$ по индексируемым видам продукции получило правильный вес, придаем ему коэффициент Y_v, соответствующий удельному весу каждого элемента $\frac{q_1p_1}{q_0p_0}$ в их сумме.

В результате приходим к следующей форме факторного индекса стоимости:

$$I_V = \sum \frac{q_1p_1}{q_0p_0} \cdot Y_V, \qquad (3.20)$$

Источник: разработка автора

где

Y_V – удельный вес каждого элемента $\frac{q_1p_1}{q_0p_0}$ в сумме всех $\frac{q_1p_1}{q_0p_0}$.

Полученный алгоритм состоит из трех логических абстракций. Первая дает произведение факторов образующих стоимость (q_1p_1 и q_0p_0). Вторая позволяет сравнить базисное и отчетное состояние полученных стоимостей ($\frac{q_1 p_1}{q_0 p_0}$). Третья позволяет логически обобщить разные по характеру и значимости стоимости (Y_v).

Иными словами, числитель и знаменатель образуют сравниваемые стоимости. Сравнение (соотношение) стоимостей дает темп роста стоимостей по индексируемым видам продукции. Коэффициент Y_v придает правильный удельный вес факторам, образующим стоимость и одновременно отражает народнохозяйственную значимость индексируемых видов продукции. Взятый целиком, алгоритм выводит средний темп роста стоимости различных видов продукции за два сравниваемых периода.

Формула универсальна – она позволяет соизмерить не только разнородные виды продукции, но также сопоставлять другие явления, причем не только во времени, но и в пространстве, в сравнении с эталоном и др.

В предлагаемых алгоритмах применена новая система взвешивания, (вертикальная) которая придает индексируемым соотношениям правильный удельный вес и позволяет включить в формулу объективно существующие взаимосвязи между факторами. Алгоритм также позволяет абсолютно корректно абстрагироваться от единиц измерения конкретных видов продукции, поскольку все сравнения проводятся в относительном выражении, с использованием универсальной единицы измерения (в процентах или на единицу).

Теперь кроме матричного подхода применим логический, функциональный подход. Подойдем к конструкции индекса с другой стороны. Просто попытаемся изменить архитектуру формул так, чтобы устранить слабые стороны алгоритмов.

Прежде всего, вместо абстрактных индексных наборов, образующих числитель и знаменатель, создадим системы факторно взаимосвязанных показателей. Заменим коррелирующие и имеющие туманный экономический смысл индексные наборы на детерминированные и факторно взаимосвязанные цепочки показателей. Так вместо нереального p x q, характеризующего якобы цену, запишем z(1+r), где p, z, q и r – цена, затраты на единицу продукции, объем продукции в натуральном выражении, рентабельность.

Отменим систему элиминирования, запретим манипуляции с подстрочными значками, и будем сравнивать числитель и знаменатель, новое и старое состояние изучаемого явления напрямую. Откажемся от соотношения $\frac{p_1 q_0}{p_0 q_0}$ имеющего в числителе условную стоимостную массу и будем сравнивать объективно существующую взаимосвязь отчетного периода с базисной $\frac{z_1(1+r_1)}{z_0(1+r_0)}$.

Горизонтальную систему взвешивания, в которой числитель и знаменатель взвешиваются раздельно $I_p = \frac{\sum \ldots}{\sum \ldots}$, заменим на вертикальную систему взвешивания $I_p = \sum \frac{\ldots}{\ldots} \cdot Y_P$. В результате вместо $I_p = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$ получим индекс совершенно другого типа

$$I_p = \sum \frac{z_1(1+r_1)}{z_0(1+r_0)} \cdot Y_P, \qquad (3.21)$$

где Y_P – удельный вес каждого элемента $\frac{z_1(1+r_1)}{z_0(1+r_0)}$ в сумме $\frac{z_1(1+r_1)}{z_0(1+r_0)}$.

В отличие от агрегатных формул, которые дают не столько среднюю, сколько равновзвешенную динамику явления, новая конструкция индекса позволяет правильно отобразить народнохозяйственную значимость разнородной продукции (пуговиц, угля, самолетов) и обобщить соотношение цен, затрат, объемов продукции и др.

Предлагаемые подходы являются надежным рабочим инструментом для экономического обоснования алгоритмов, исключают субъективизм и создают основу для построения новой теоретико методологической концепции индексов.

3.3. Сущность и функции индексов. Классификация индексов

Понятие индексов, как экономико-статистической категории

Латинское слово индекс (Index) буквально означает «указатель». Обычно это понятие истолковывают как «показатель», однако оно используется и в других значениях: опись, реестр, система условных обозначений (буквенных, цифровых или комбинированных), числовой или буквенный указатель. Данное понятие используется в математике, экономике, метеорологии, других науках и конечно в статистике.

Исторически экономические индексы возникли как относительные обобщающие показатели, характеризующие динамику цен по разным группам товаров. Все исследователи раннего периода Б. Флитвуд, Ш. Дюто и специалисты индексологи Э. Ласпейрес, М. В. Дробиш, Г. Пааше, И. Фишер строили, прежде всего, индексы цен, поскольку требовался обобщающий показатель, отражающий изменение комплекса цен некоторой группы товаров, выраженных в разнородных единицах измерения. Таким показателем стал индекс цен, который выражал относительные изменения уровня цен.

Основная идея индекса содержится в классическом определении Ф. Эджуорта: «Я предлагаю определить индексное число как число, приспособленное для того, чтобы своими вариациями указывать увеличение или уменьшение величины, не допускающей точного измерения» [187, с. 379]. Величиной, которую он имел в виду, был общий уровень цен и покупательная способность денег, обратные по отношению друг к другу. Таким образом, исследователи раннего периода считали индексом число, указывающее тенденцию изменения цен, подверженную влиянию покупательной силы денег.

Появление в XVIII веке агрегатной формы расширило рамки понимания индекса, а также позволило строить новые виды индексов. Опираясь на агрегатную форму, М. В. Дробиш стал рассматривать индекс как относительный показатель, цель которого – обобщить неодинаковое изменение цен некоторой группы разнородных продуктов [183, 184].

Новый шаг в понимании природы индекса сделал Э. Ласпейрес, выдвинув экономическую интерпретацию индекса цен. Он впервые ушел от формально-математических представлений об индексе, заменив простое сопоставление цен, сравнением стоимостей. Данная идея получила дальнейшее развитие в исследованиях индексологов Г. Пааше, Х. Вестергаарда, Н. Г. Пирсона. Однако научные дискуссии велись чаще всего не об экономической природе индексов, а о лучшем алгоритме, наиболее корректных весах и т.п.

В начале XX века И. Фишер расширил горизонты познания индекса, указывая, что: «индекс – есть средняя… . Индекс показывает среднее процентное изменение цен от одного периода до другого» [150, с. 8, 9].

Таким образом, исследователи раннего периода справедливо полагали, что индексы позволяют сравнивать две рыночные ситуации и отражать динамику цен. Однако ученые не пришли к единому мнению о том, чем является индекс – средней величиной или же относительным показателем.

В дальнейшем необходимость четкого экономического обоснования индексных показателей стала более очевидной. Так, например, основатель эконометрики Р. Фриш заявляет: «Проблема конструирования индексов настолько же важный вопрос экономической теории, как и статистической техники. В самом деле, все споры о лучшей индексной формуле, наиболее корректных весах и т.д. будут неясными и неопределенными до тех пор, пока смысл индекса не будет точно определен» [192, с. 22].

В 30-50-х гг. XXв. американская школа статистики трактует «индекс» двояко. Во-первых, он понимается как некий показатель, результат определенных расчетов, индексное число.

Например, И. Монтгомери отмечал: «Индекс цен есть относительное число, измеряющее изменение стоимости, производимое изменением цен (происходящим одновременно с изменением количеств), а индекс количеств — относительное число, измеряющее изменение стоимости, вызываемое изменением количеств, происходящим одновременно с изменением цен». [207, с. 39]. Во-вторых, – как особая мера, при помощи которой изучается динамика сложных явлений путем их агрегирования с другими экономически взаимосвязанными явлениями. Как видим, значительного прогресса в понимании сущности индексов не произошло.

Один из крупнейших индексологов, представитель английской школы статистики Р. Аллен в 1980 г. почти в точности воспроизводит определение, данное А. Л. Боули в 1880 г. Он считает индексное число «показателем изменений уровня, не поддающихся непосредственному наблюдению и измерению» [5, с.39]. Одновременно он все же подчеркивает, что индекс – это не только статистическая, но и экономическая конструкция.

Находясь на позициях концепции потребительского выбора и теории наилучших линейных индексов, Р. Аллен пишет «Индекс является мерой изменения цен индивидуального потребителя в предположении максимизации полезности в условиях неизменной схемы преференциальности согласно теории потребительского выбора» [5, с. 39]. По его мнению, индекс цены корреспондирует индексу количества посредством дефляции фактических изменений стоимости индексом цены при константной полезности. Однако данное определение характеризует только индекс цен, узко специально вписывается в теорию наилучших линейных индексов, но не вносит ничего нового в понимание природы индекса.

В СССР в 30-е годы XX века, выделилось два направления: синтетическая и аналитическая концепция. Авторы стоявшие на позициях аналитической концепции видели в индексах только обобщающие аналитические показатели. Сторонники синтетического направления рассматривали индексы как показатели, «…выражающие изменения сложных экономических явлений, состоящих из непосредственно несоизмеримых элементов» [127, с.89]. В 40-60-х годах прошлого столетия такое определение индексов по существу и лишь несколько отличное по форме дано во многих научных работах. Представители этого течения делают акцент на несоизмеримости элементов индекса. Между тем, в современной статистике индексы применяются и к сопоставимым экономическим категориям – урожайности, посевным площадям, товарообороту и т.п. Как легко заметить, позиция сторонников как аналитической, так и синтетической концепции отличается односторонностью и неконкретностью, не позволяет заглянуть в глубь такого сложного явления как индекс. По этому поводу правильно заметил Г. И. Бакланов: «Сторонники синтетической концепции, хотя и заверяют своих читателей в том, что индекс – обобщающий показатель сравнения экономических явлений непосредственно не поддающихся суммированию, сами пользуются индексами фиксированной структуры и влияния структурных сдвигов, а также факторными индексами, называя их в ряде случаев «факториальными». Тем самым аналитическая функция индексов, отвергаемая этими авторами в определении, так сказать «de jure», признается ими же «de fakto» [8, с.17].

Вплоть до конца 80-х гг. XX века индексная проблематика становится весьма актуальной для математиков, статистиков и экономистов по всему миру. Однако феномен индекса, его истинная природа, все же ускользала от понимания исследователей. Многие авторы давали не четкие, расплывчатые определения индекса. Нередко встречались весьма абстрактные формулировки. Например, Б. Ц. Урланис дает следующую: «... индекс в широком смысле слова можно определить как сводный, обобщающий, итоговый показатель изменения изучаемых явлений» [147, с. 203]. Здесь автор фактически ушел от определения понятия, не выделил характеристических черт, функций, свойств индексов.

В 70-х годах прошлого века индексы ассоциируются с показателями динамики. Например, И. П. Суслов отмечал, что индексы – это особые относительные величины динамики, пространственного сравнения и выполнения плана, которые дают количественно-качественную оценку результата изменения соответствующих явлений во времени, в пространстве и по сравнению с планом [146, с. 234]. В данном случае автор необоснованно проводит аналогию между индексами и широким кругом относительных величин, такими как относительные показатели динамики, пространственного сравнения и выполнения плана. Однако, если показатели тождественны, то какой то из них, видимо, лишний.

Несколько позже в конце 70-х годов прошлого века индексы почти повсеместно в большей или меньшей мере отождествляются с относительными величинами. Например, Л. Н. Сатуновский [128] и Г. И. Бакланов [8] считают, что индексы это показатели динамики и относительные величины. Г. И. Бакланов отмечает «Индекс в статистике, есть относительный показатель, характеризующий изменение социально-экономического явления во взаимосвязи с другим явлением, абсолютная величина которого предполагается при этом неизменной. Следовательно: 1) индекс – величина относительная..., 2) индекс выражает изменение одного явления во взаимосвязи с другим..., в индексе всегда есть элемент условности» [8, с.21]. Автор выделяет наиболее существенные стороны индексов, но не дает строгого определения. Обращая особое внимание на методологию построения индексов, он пытается отделить их от относительных величин. Однако, по нашему мнению, индексы понимаются несколько упрощенно.

В более поздней работе Г. И. Бакланов предпринял удачную попытку помирить индексы с относительными величинами. Он указывал, что «не всякая относительная величина может быть названа индексом. Индексами можно считать лишь такие относительные показатели, которые характеризуют изменение явлений во времени (т.е. динамику), степень выполнения плана или результат сравнения явлений в пространстве (территориальные индексы). Нельзя … считать индексами относительные показатели структуры (отношение части к целому), интенсивности или координации» [8, с.64]. Цитируемый ученый сумел показать некоторые косвенные различия между индексами и относительными величинами, однако не устранил до конца ту двойственность и неопределенность, которая царила в этом вопросе.

В современный период, данный подход разделяет известный российский индексолог Г. В. Ковалевский. Он дает следующее определение. «Экономические индексы – это относительные величины, которые характеризуют изменение экономических явлений во времени, в пространстве или по сравнению с любым эталоном (плановыми и нормативными данными, показателями лучших предприятий и т.д.)». [77, с.43]. Данная точка зрения не точно отражает экономическую сущность индексов, поскольку по-прежнему отождествляет их с относительными величинами, сужая тем самым качественную, содержательную сторону этих показателей.

Дискуссия о различиях и тождественности относительных показателей и индексов в отечественной индексологии ведется почти столетие. Эти споры спровоцированы, в значительной мере, не пониманием их действительной природы. Наиболее туманной и противоречивой категорией являются индивидуальные индексы.

В. В. Новожилов по этому поводу отмечал: «К индивидуальным причисляются такие групповые индексы, которые разлагаются на общие (пример: групповой индекс товарооборота)» [110, с. 143]. В этом случае выстраивается совершенно несообразная связь, в силу которой произведение общих индексов может дать индивидуальный индекс. Например,

$$I_p \times I_q = i_{pq} = i_v, \qquad (3.22)$$

где

p – цена;

q – количество продукции;

pq – стоимость продукции.

Такая связь между индексами различных видов явно противоречит здравому смыслу. Здесь или i_{pq} не является индивидуальным индексом, или I_p и I_q не являются общими индексами. У. Мересте назвал это противоречие «дилеммой проф. В. В. Новожилова» [98, с.98]. Эта дилемма, оказав известное влияние на развитие теоретических концепций многих индексологов, тем не менее все еще не получила удовлетворительного решения.

В. В. Новожилов, Ф. Эгермайер и некоторые другие индексологи, обращая внимание на эту несообразность, поставили под сомнение индивидуальные индексы. Однако большинство классиков индексологии и современных специалистов считают индивидуальные индексы основой теории.

Сравнительный анализ индивидуальных индексов и относительных показателей показывает, что они абсолютно одинаково характеризуют соотношение уровней какой либо изучаемой совокупности. Например, как тот, так и другой показатель позволяют вычислить темп роста по одному виду продукции, или рассчитать динамику численности персонала на отдельном предприятии. И это вполне естественно, поскольку при формальном сравнении относительного показателя, характеризующего степень выполнения плана ($T_0 = \frac{q_1}{q_0}$), с индивидуальным индексом ($i_q = \frac{q_1}{q_0}$) видно, что различий между ними нет. Анализируемые показатели тождественны, а значит, дублируют друг друга при характеристике простых явлений.

Индивидуальные индексы и относительные показатели одинаковы также по целям, способу и результатам представления данных, методам анализа. Они совершенно тождественно характеризуют темп роста, динамику, показывают соотношение двух уровней явления и т.п. Поскольку различий между ними нет, они представляют собой одну и ту же категорию и являются одноименными показателями. Лишь не понимание истинной природы индексов привело к двойной терминологии, дублированию понятий.

Поскольку индексы дают обобщающую характеристику сложных явлений, состоящих из многих элементов, то по своей сущности не могут быть индивидуальными, они всегда общие, сводные. Индивидуальный индекс – это просто математический элемент, способствующий преобразованию одного алгоритмического выражения (например, агрегатного индекса) в другое (например, среднеарифметический индекс). Как только, индивидуальный индекс используется как полноценная статистическая категория, то всплывают такие противоречия, как скажем “дилемма проф. В. В. Новожилова”. Признание индивидуального индекса просто противоречит индексной методологии. В связи с изложенным, автор отвергает форму индивидуального индекса, как теоретически несостоятельную и бесполезную в практическом смысле. Индивидуальные индексы – это анахронизм, мешающий развитию индексной концепции.

Теперь попробуем определить, обладают ли индексы свойствами относительных величин. Возьмем данные о ценах и объемах продукции и рассчитаем индексные числа по некоторым наиболее распространенным алгоритмам (см. табл. 3.4).

Таблица 3.4

Динамика цен и объемов продукции

Виды продукции	Первый период		Второй период		Третий период	
	Цена (тыс. руб.)	Количество (тыс. м.)	Цена (тыс. руб.)	Количество (тыс. м.)	Цена (тыс. руб.)	Количество (тыс. м.)
	p_1	q_1	p_2	q_2	p_3	q_3
Ткани шелковые	5	700	3	280	4,2	1150
Ткани шерстяные	11	1000	14	1110	11	100

Источник: разработка автора

Алгоритм Г. Пааше

$$I_{p(1/0)} = \frac{\sum p_2 q_2}{\sum p_1 q_2} = \frac{3\times 280 + 14\times 1110}{5\times 280 + 11\times 1110} = \frac{16380}{13610} = 1{,}203,$$

$$I_{p(2/1)} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_2 q_3} = \frac{4{,}2\times 1150 + 11\times 120}{3\times 1150 + 14\times 120} = \frac{6150}{5130} = 1{,}199,$$

$$I_{p(2/1)} = \frac{\sum p_3 q_3}{\sum p_1 q_3} = \frac{4{,}2\times 1150 + 11\times 120}{5\times 1150 + 11\times 120} = \frac{6150}{7070} = 0{,}870.$$

Простой агрегатный индекс цен Ш. Дюто, простой геометрический индекс цен, и индивидуальные индексы рассчитываем аналогично. Результаты расчетов приведены в таблице 3.5.

Таблица 3.5

Базисные и цепные индексы цен

Наименование	Первый период	Второй период	Третий период
Агрегатный взвешенный индекс Г.Пааше			
Базисный индекс		1,203	0,870
Цепной индекс		1,203	1,199
Простой агрегатный индекс цен Ш.Дюто			
Базисный индекс		1,062	0,950
Цепной индекс		1,062	0,894
Простой геометрический индекс цен			
Базисный индекс		0,874	0,916
Цепной индекс		0,874	1,049
Индивидуальный (частный) индекс цен			
Базисный индекс		0,6 и 1,273	1,4 и 0,786
Цепной индекс		0,6 и 1,273	0,84 и 1,0

Источник: разработка автора

Легко заметить, что свойствами относительных величин обладают простой агрегатный индекс Ш. Дюто, простой геометрический индекс и индивидуальные индексы. То есть, частное от деления базисных индексов дает промежуточный цепной индекс (0,950 : 1,062 = 0,894), произведение цепных индексов дает промежуточный базисный (1,062 х 0,894 = 0,950) и др.

Алгоритмы Пааше, Ласпейреса и все сложные агрегатные формулы, индекс Фишера и другие кроссинги не обладают свойствами относительных величин, поскольку имеют как минимум два сомножителя. Во втором сомножителе проводится элиминирование (взвешивание), что и выводит эти индексы из парадигмы относительных величин.

Итак, наличие в алгоритме индекса числителя и знаменателя, выражение результатов расчетов в форме процентов или коэффициентов, отражение динамики развития явления, не служит все же достаточным основанием для отнесения большинства индексов к относительным показателям.

Исключив из теории индивидуальные индексы, определим различия между относительными показателями и индексами.

Они очевидны и проявляются, во-первых, в том, что формулы относительного показателя ($T_0 = \frac{q_1}{q_0}$), невзвешенного ($I_q = \frac{\sum q_1}{\sum q_0}$) и взвешенного агрегатного индекса ($I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$), различны.

Во-вторых, индекс – это средний обобщающий показатель.

В-третьих, относительный показатель характеризует простые явления и позволяет сравнить всего два состояния одного объекта. Например, темп роста выплавки стали. Агрегатный индекс рисует обобщенную картину сложных явлений, позволяя рассчитать относительную динамику по многим объектам. Например, динамику цен на разнообразные потребительские товары. Поэтому индекс выступает как обобщающий показатель и многомерный индикатор, отражающий состояние рынка некоторой группы товаров.

В-четвертых, индексы, в отличие от относительных показателей, способны характеризовать взаимосвязи между отдельными элементами сложных явлений, представленными как система детерминированных факторов. Например, в индексе себестоимости его элементами будут анализируемые виды продукции, сравниваемыми ситуациями – отчетный и базисный период, а факторами из которых состоит каждый элемент – затраты на единицу продукции и объем продукции.

В-пятых, относительные показатели дают простое сравнение двух уровней, а индексы – это индикаторы позволяющие получить обобщенную средне относительную характеристику явления путем варьирования уровнями и факторами, включенными в показатели.

Следовательно, не может быть и речи о схожести относительных показателей и индексов, хотя индексная методология имеет некоторые общие черты с методологией относительных величин.

Идея индекса опирается на исходный принцип, в соответствии с которым, любое сложное явление может изучаться в сравнении с себе подобным. Индекс является той математической конструкцией и статистическим инструментом, который позволяет проводить такие сопоставления не абстрактно, а вполне конкретно, путем вычисления обобщающих характеристик явления. Разложив его на взаимосвязанные элементы и комбинируя ими в различных сочетаниях можно вычислять их влияние на общий объем или уровень сравниваемых явлений. Предполагая один элемент динамичным, а остальные статичными, исследователь может изучать разные стороны сложных явлений.

По методологии построения и характеру выполняемых функций индексы возникли как показатели, совместившие в себе свойства средних и относительных величин. Несомненно, по форме и существу, индекс – это средняя величина, выражающая относительную меру сравнения двух совокупностей. Пытаясь проанализировать и дать количественную оценку явления, исследователь ищет общие характеристики, схожие черты у элементов совокупности, обобщая и усредняя тем самым оценку рассматриваемого явления. Связь индексов с относительными величинами проявляется в формуле индекса и в форме выражения результатов расчетов. Представляя данные в виде относительного числа, индексы показывают уровень различий между двумя статистическими совокупностями.

Индексы дают обобщенную характеристику явления и в тоже время позволяют выявить количественные и качественные взаимосвязи между факторами, включенными в него. В индексах, исследователь, сопоставляя отчетные данные с базовыми, измеряет масштаб произошедших изменений, их динамику. Путем сравнения двух ситуаций он может оценить достигнутый уровень развития, отобразить специфическое состояние исследуемых объектов. Индексы дополняют и углубляют познание, полученное другими приемами статистического анализа.

Заранее понятно, что, поскольку посредством индексов изучается крайне разнородная статистическая совокупность, постольку суммировать отдельные элементы этой совокупности нельзя. Поэтому, индекс должен отражать не абсолютные размеры явления, а призван быть универсальным показателем, выраженным в «нейтральной» единице измерения (в процентах или на единицу). Следовательно, индексы, должны выражать отношение данной величины явления к его же величине, принятой за основание. В числитель и знаменатель экономических индексов в качестве соизмерителя следует включать уровни цен, другие показатели, выступающие как факторные сомножители. Это позволяет разбить явление на части, привести его разные состояния к сопоставимому виду и глубже познать их. Именно в этом и заключается принципиальная суть и значение индексных сопоставлений.

В индексах, приходится абстрагироваться от абсолютного размера явлений, иначе, их не соизмерить. Так, допустим, в отчетном году по сравнению с прошлым годом темп роста объема продукции крупного металлургического завода составил 110% и небольшой фирмы по производству мороженого — также 110%. Увеличение объема продукции происходило, следовательно, с одинаковой скоростью, но это вовсе не означает, что по абсолютному объему продукции эти предприятия равны. Понятно, что и прирост продукции на 10% на каждом предприятии имеет не одинаковое народнохозяйственное значение. Следовательно, индекс должен учитывать важность, значение, весомость принимаемых в расчет элементов. Для этого в индексе необходимо правильно соизмерить разное влияние элементов или факторов на развитие некоторого явления.

Нередко индексируемая совокупность разнородна по объектам входящим в ее состав, применяемым единицам измерения и т.п. и поэтому не поддается непосредственному наблюдению и измерению. Рагнар Фриш излагает эту проблему так: «Проблема индексных чисел возникает всегда, когда мы нуждаемся в количественном выражении комплекса, который создается из индивидуальных измерений, для которых не существует общей физической единицы. Желание объединить такие измерения и тот факт, что это не может быть сделано применением только физических или технических принципов сравнения, составляют сущность проблемы индексного числа, и все трудности сосредоточиваются здесь» [192, с. 4]. Следовательно, в несоизмеримых явлениях, где смыкаются разные материальные процессы, единицы разных совокупностей, необходимо совместить качественно своеобразные массивы информации, преодолеть разнородность учитываемых величин.

Эджуорт [187], Боули [175] убедительно показали, что отчасти проблема решается при переходе к универсальному измерителю, родственному для всех явлений: измерению изменений в уровнях цен. Однако, как справедливо отметил Руист: “Возникает проблема, как комбинировать относительные изменения цен различных товаров в единое индексное число, которое можно по смыслу интерпретировать как меру относительного изменения общего уровня цен” [212, с. 456]. По мнению автора, эта проблема успешно разрешается при включении в индексы взаимосвязанных факторов. Тогда при отнесении несоизмеримых статистических характеристик к одной и той же базе они становятся сопоставимыми.

Благодаря совмещению свойств средних и относительных величин, а также включению в индексы факторных связей, они представляют собою орудие анализа, позволяющее раскрыть динамическую природу исследуемых явлений, глубже показать и оценить их своеобразие и внутренние закономерности. Индексы выступают новым инструментом сравнения, анализа и обобщения данных, выводя исследовательский процесс на более высокий уровень. Они позволяют выявить и определить такие существенные особенности исследуемых явлений, какие иначе оставались бы скрытыми от глаз исследователя и не нашли бы прямого статистического отображения. Индексы помогают вскрыть природу цифр. Они выступают как весьма важный аналитический инструмент, дополняющий другие статистические приемы и методы путем более глубокого раскрытия сущности явлений.

Индексы являются многогранной экономико-статистической категорией. По мнению автора, их характеристические особенности состоят в следующем.

Во-первых, индекс – это, прежде всего, средняя, обобщающая величина, но одновременно несущая в себе некоторые черты относительной величины. Сочетая в себе свойства средних и относительных показателей, индекс выступает, как средняя из относительных величин.

Во-вторых, индекс позволяет сравнивать две и более ситуации в динамике. Поэтому он выступает как динамический показатель сравнения, дающий средне относительную характеристику массовых общественных явлений.

В-третьих, индекс состоит из взаимосвязанных показателей и поэтому позволяет изучать функциональные взаимодействия между факторами, включенными в индекс.

В-четвертых, факторы, включенные в индекс, можно расчленять на более мелкие и изучать их влияние на индексное число и абсолютные приросты.

Отличительной особенностью индексов является то, что все они образуют системы взаимосвязанных показателей. Индексы, состоящие из нескольких факторов, чаще всего соединены друг с другом с помощью мультипликативных, а реже аддитивных связей. Сложные индексы образуют системы со смешанными аддитивно-мультипликативно-кратными связями. Поэтому, нередко индекс – это не просто формула, а система показателей, имеющих внутреннюю взаимосвязь, записанную в математическом виде. В этом случае правильнее говорить не об алгоритме индекса, а об индексной системе, включающей набор взаимосвязанных показателей, раскрывающих сущность сравниваемых явлений или анализируемых ситуаций.

Таким образом, индексы – это комплексная категория, лежащая на стыке нескольких наук: математики, статистики, экономики и, пожалуй, философии.

Исходя из результатов проведенного анализа, автор определяет индекс как средний обобщающий показатель, представляющий собой отношение сравниваемых состояний объекта или ситуаций явления, каждое из которых разбито на отдельные элементы, связанные как факторы. Иными словами, индекс – это среднее отношение из показателей, представленных как взаимосвязанные факторы. Можно сказать проще, индекс – это среднее соотношение между сравниваемыми ситуациями. Индекс способен сопоставлять периоды времени (например, два разных года), объекты в пространственном смысле (скажем, два района страны), группы лиц, или, наконец, показатель с эталоном (плановыми и нормативными данными, показателями лучших предприятий). Другими словами, *индекс – обобщающий, средний показатель сравнения некоторых совокупностей во времени, пространстве или по отношению к определенному эталону.*

С качественной стороны индекс – это обобщающий показатель, позволяющий проводить сравнение состояний или ситуаций одноименных объектов или явлений. С количественной стороны – это число, выражаемое в процентах или долях единицы.

Функции индексов

Сущность индексов проявляется в выполняемых ими функциях. По определению, данному в «Словаре русского языка» С. И. Ожегова: «Функция – роль, значение, назначение чего ни будь» [112, с. 856]. Следовательно, характеризуя функции индексов следует выделить их роль, значение и назначение в статистике и экономике.

Вопрос о функциях индексов в теоретическом плане не разработан. В зарубежной литературе этот вопрос вообще не ставился, поскольку индексы рассматривались в узко математическом аспекте, лишь как показатели, а чаще как индексные числа [5]. В отечественной экономической литературе эта проблема затрагивалась в русле синтетической и аналитической концепций индексов [8, 66, 94, 116]. Однако специально ни один из авторов функции не выделял и не исследовал.

Примерно до конца 70-х годов прошлого столетия в отечественной индексологии существовало два мнения относительно функций индексов. Одна группа ученых (В. И. Смирнской, Н. Н. Ряузов, Ф. Г. Долгушевский, В. С.Козлов и др.) считала, что индексы выполняют только синтетическую функцию, а другая группа (В. В. Новожилов, А. В. Некраш [106], Б. Г. Плошко [118] и др.) останавливала свое внимание только на аналитической функции. В настоящее время, подавляющее большинство известных индексологов (Г. В. Ковалевский [77], У. Mересте [101] и др.), разделяют точку зрения о том, что индексы одновременно выполняют и аналитическую, и синтетическую функции.

Такая позиция представляется совершенно естественной. Действительно, если мы признаем, что индексы являются универсальными обобщающими показателями, выступающими одновременно как средние и относительные величины, значит, им присущи синтетическая и аналитическая функции. Не случайно средние и относительные величины, которые имеют много общего с индексами, являются общепризнанными и распространенными обобщающими и аналитическими показателями. Наряду с названными, систему функций индексов можно дополнить еще одной – функцией сравнения явлений.

Таким образом, по мнению автора можно выделить три функции индексов:

1. Аналитическую;
2. Сравнения (сопоставления) объектов и явлений;
3. Обобщающую (синтетическую).

1. Аналитическая функция является наиболее очевидной, поскольку выражает основное предназначение индексов.

Индексы всегда использовались для аналитических целей. Поскольку числитель и знаменатель состоят из взаимосвязанных показателей, постольку в аналитической функции индексы выступают как показатели влияния факторов. Например, с их помощью можно установить, в какой мере общее изменение среднего заработка работников промышленности зависит от изменения уровня заработка в каждой отрасли промышленности, а в какой мере – от изменения соотношения численности работников отдельных отраслей.

Аналитическую функцию индексов в советской статистике впервые сформулировал и последовательно отстаивал Л. В. Некраш [106], в рамках популярной в 30-50 г.г. прошлого века аналитической концепции индексов. Однако, по мнению автора, предназначение индексов гораздо шире и выходит далеко за рамки только аналитических возможностей.

2. В функции сравнения объектов и явлений индекс позволяет соизмерять как непосредственно несоизмеримые, так и соизмеримые явления. Соизмерить разнородные общественно-экономические явления архисложная задача. Ни один из статистических показателей, за исключением индексов, не обладает такими возможностями. Индекс способен давать обобщающую характеристику сложных явлений, поскольку создает особые условия соизмерения, позволяет проводить сравнение явлений во времени, в пространстве или по отношению к эталону. Одновременно индекс позволяет абстрагироваться от абсолютных величин и перейти к более универсальным – средне относительным.

3. Обобщающая (синтетическая) функция. Она проявляет себя в том, что индексы способны давать самую общую характеристику изменения сложного явления, поскольку удачно совмещают в себе обобщающие свойства средних и относительных величин.

Функции индексов взаимосвязаны. Единство аналитической и синтетической функций состоит в причинно-следственном подходе к изучению явлений и их элементов. В функции соизмерения явлений, индексный метод позволяет произвести переход от анализа количественных различий между сравниваемыми ситуациями и элементами системы к анализу качественных различий между отдельными факторами системы. Иными словами, анализ на уровне частностей осуществляется с целью его синтеза на уровне общего.

3.4. Классификация индексов

Классифицировать индексы весьма не просто, ввиду их широкого многообразия. Видные индексологи предпринимали попытки классифицировать индексы по различным признакам и в разной степени успешно решали эту задачу.

И. И. Колесникова и Г. В. Круглякова [84, с. 142, 143] выделяют пять признаков классификации. 1. По характеру индексируемых явлений: индексы цен, производительности труда, физического объема продукции, себестоимости единицы продукции. 2. В зависимости от охвата индексируемых явлений: индивидуальные, общие (агрегатные и средние), групповые. 3. По форме и методам вычисления: агрегатные, средние арифметические и гармонические, тождественные агрегатному, средних величин (переменного, постоянного состава и структурных сдвигов). 4. В зависимости от выбора весов: с постоянными весами, с переменными весами. 5. В зависимости от базы сравнения: базисные, цепные, территориальные, плановые. Упомянутые авторы выделяют также индексы структурных сдвигов, динамики и др., однако не уточняют к какой группе они относятся.

Приведенная классификация страдает недостатками. Прежде всего признаки классификации не четко названы. В связи с этим, авторам не удалось избежать повтора: агрегатные алгоритмы попали во второй и третий признак классификации, а индексы постоянного и переменного состава в третий и четвертый.

Наиболее полную и развернутую классификацию дают авторы учебника «Общая теория статистики», под редакцией М. Р. Ефимовой [35]. Все экономические индексы здесь классифицируются по следующим признакам:

1. Степени охвата явления (индивидуальные и сводные (общие));

2. Базе сравнения (динамические и территориальные);

3. Виду весов (соизмерителя) (индексы с постоянными и переменными весами);

4. Форме построения (агрегатные и средние);

5. Характеру объекта исследования (индексы количественных и качественных показателей);

6. Объекту исследования (производительности труда, себестоимости, физического объема продукции, стоимости продукции и т.д.);

7. Составу явления (постоянного и переменного состава);

8. Периоду исчисления (годовые, квартальные, месячные, недельные).

Обратим внимание на дублирование пятого и шестого признаков.

П. Кевеш [72] используя иной подход, разбивал алгоритмы по степени сложности на три группы: формулы первой, второй и третьей генерации, которые в свою очередь делил на три ветви (блока) – формулы аддитивной конструкции, мультипликативные, позиционные [72, с. 68-71]. Возразить против такой классификации трудно, однако отметим, что она отражает лишь математическую сторону алгоритмов.

Андриенко [7], В. П. Сергеев [134] особо выделяют индексные системы.

Обобщение названных подходов и других источников позволяет составить следующий общий набор индексов, упоминаемых в теории и используемых на практике.

В зависимости от охвата индексируемых явлений:

1. Индивидуальные (частные) индексы.

2. Общие (агрегатные и средние) индексы: гармонические, арифметические, геометрические и другие формы степенной средней.

3. Групповые.

4. Позиционные индексы: мода, медиана

По виду (конструкции) формулы индекса: аддитивные, аддитивно-мультипликативные, мультипликативные, кроссинги (скрещенные индексы), индексные системы.

По характеру индексируемых явлений: индексы цен, производительности труда, физического объема продукции, себестоимости единицы продукции.

По форме и методам вычисления: агрегатные, средние арифметические и гармонические, тождественные агрегатному, средних величин (переменного, постоянного состава и структурных сдвигов).

В зависимости от выбора весов: с постоянными весами, с переменными весами.

В зависимости от базы сравнения: базисные, цепные, территориальные, плановые.

Однако автор диссертации не ставит задачи сформулировать особый подход, перегруппировать индексы или выделить новые группировочные признаки и тем самым улучшить классификацию. Речь идет о принципиально иной классификации алгоритмов, отражающей содержание новой теории индексов. Прежде всего, предлагается исключить из классификации индивидуальные (частные) и позиционные индексы, как теоретически несостоятельные, а также степенные (среднегармонические, среднеарифметические, среднегеометрические и др.), как ошибочные. Пора отказаться от чрезмерно усложненных и теоретически необоснованных формул кроссингов (скрещенных индексов). Слабыми в теоретическом плане являются индексы постоянного и переменного состава, структурных сдвигов. Не место в классификации таким показателям как, индекс корреляции, индекс детерминации и т.д., не имеющие ни какого отношения к индексам и являющиеся по своей природе различного рода коэффициентами.

Тогда классификация индексов не будет содержать надуманных позиций и примет четкий, простой и упорядоченный вид (см. рис. 3.2).

По форме: простые, факторные, индексные системы

По виду (конструкции) формулы индекса: аддитивно-мультипликативно-кратные, кратные.

По периоду исчисления: годовые, квартальные, месячные, недельные.

По назначению:

1. Экономические индексы: продукции, затрат, прибыли, цен, стоимости, производительности труда, средней длительности пользования кредитом, скорости обращения кредитов и др.;

2. Социальные индексы: бедности, уровня жизни, стоимости жизни, покупательной способности денег и др.;

3. Демографические: индексы рождаемости, смертности, детности, брачности, замещения поколений и др.;

4. Территориальные: индексы, рассчитываемые по республикам, экономическим регионам, областям, городам и др.;

В зависимости от базы сравнения: базисные, цепные, плановые.

Таким образом, исследование природы индексов показало, что это многослойная экономико-статистическая категория, вбирающая в себя свойства и функции средних величин, а также некоторые черты относительных величин. Прежде всего, индексы обобщающие, средние величины, но одновременно по форме представления результатов расчетов они схожи с относительными величинами.

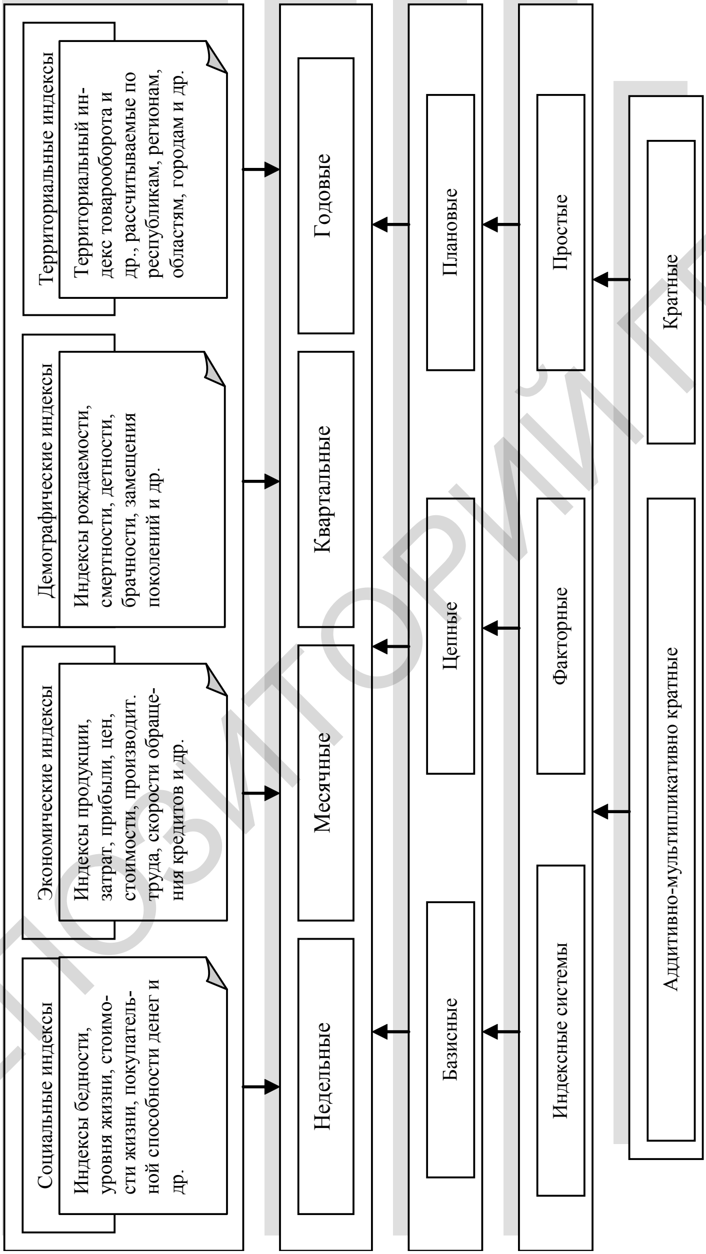

Рис. 3.2. Классификация индексов
Источник: разработка автора

Исследуя роль индексов в экономике, автор впервые выделяет такие их функции как: аналитическую; обобщающую (синтетическую) и функцию сравнения (сопоставления) объектов и явлений.

Индексы могут быть классифицированы по форме, виду (конструкции) формулы индекса, периоду исчисления, назначению, базе сравнения. Данный подход позволяет упорядочить систему и исключить показатели, не имеющие отношения к индексам (индекс корреляции, индекс детерминации, индивидуальные индексы и др.).

Выводы.

Системный кризис, охвативший индексный метод и тупик в котором находится индексология, может быть преодален только на основе новой концепции. До сих пор индексологи игнорировали вопросы теории индексов, однако теоретическая концепция неотделима от методологической. Поскольку индексная теория, прежде всего, опирается на теорию средних величин, то автору пришлось не только критически переосмыслить первую, но и заново взглянуть на вторую.

Исследование показало, что поскольку в концепции степенных средних общий масштаб признака непосредственно делится на число переменных, то это порождает две проблемы. Во-первых каждая переменная получает одинаковый удельный вес, что приводит к равновзвешиванию признака и неточным вычислениям. Во-вторых, средние величины и относительные показатели по некоторым признакам, таким как, конструкция формул, технология вычислений, способ представления результата, становятся тождественными статистическими категориями. Нерешенность этих проблем приводит к неточным вычислениям, деформирует методологию средних и порождает споры среди статистиков по вопросу тождественности средних величин и относительных показателей. Меж тем средняя обладает рядом специфических признаков, четко отделяющих ее от других статистических категорий: число переменных; их значимость (весомость); общий масштаб признака. Опираясь на названные признаки и формализуя среднюю как обобщенный предел между наименьшим и наибольшим числом, среднюю величину следует рассчитывать из суммы усредняемых чисел, придав каждой переменной ее действительный удельный вес.

Детерминированная факторная теория и методология индексов вытекает из новой концепции средних величин – теории сбалансированных переменных. Наиболее естественным способом конструирования индексов является логический подход и матричное моделирование. В матрице базисный и отчетный уровни разбиты на функционально взаимосвязанные показатели, что позволяет наполнить индексы строгим экономическим смыслом. Матрица устанавливает порядок проведения сравнений и в целом определяет “технологию” процесса индексирования.

4. ФАКТОРНАЯ МЕТОДОЛОГИЯ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНДЕКСОВ

4.1. Основы методологии экономических индексов

За более чем 450 летнюю историю индексный метод впитал и адаптировал, различные теоретико-методологические подходы. Однако часть из них ошибочна либо недостаточно научно обоснована. Поэтому аналитические выводы, получаемые при использовании индексного метода, не всегда оказываются убедительными и достоверными. По этому поводу Б. И. Карпенко писал: «Неправильное понимание сущности индексного метода привело к появлению научно несостоятельных, логически противоречивых понятий, вроде «индивидуального индекса», «индекса переменного состава» или «индекса средних величин», которые не содержат в себе ничего индексного, а представляют обычные относительные величины. Этим стираются четкие границы между статистическими категориями, и нарушается научность статистики» [69, с. 45].

Действительно, многие известные авторы, используя термин «индексный метод», либо отождествляют его с методами средних и относительных величин, либо ни в малой мере не раскрывают его содержания. Например, в солидных монографиях Р. Аллена «Экономические индексы» [5] и П. Кевеша «Теория индексов и практика экономического анализа» [72] не нашлось места для определения сущности и функций индексов, характеристики методологии данных показателей. Вместо этого авторы предлагают новые апроксимации алгоритмов, а также математические приемы и способы преобразования и тестирования индексов [32, 66, 134].

В большинстве современных работ по индексологии превалирует все более усложняющийся математический подход. Методологическая ориентация на математическую сторону вопроса явилась основой для появления многочисленных формальных индексных моделей, уводящих в сторону от существа дела [151, 223]. Причина ухода исследователей в сторону ложных или второстепенных связей между явлениями состоит в недостаточной увязке экономической теории, статистической методологии и математики. Авторы предлагают сложные системы алгоритмов, сфера практического применения которых, заведомо будет ограниченной, поскольку вычисления чрезмерно усложнены. Во многих работах, посвященных индексному методу, существует явная несоразмерность по масштабам применения математических, статистических и экономических приемов и методов. Наблюдается явный перекос в сторону математических аспектов в ущерб экономическим. В ряде работ научный анализ сводится к исследованию достоинств и недостатков старых и новых формул, а индексный метод обозначен лишь схематически [93, 154, 220]. Такое положение особенно характерно для публикаций 60-90-х годов XX века.

В современной методологии индексов весьма распространен также чисто эмпирический подход к исчислению индексов, выражающийся в том, что научные обобщения формулируются на основе анализа отдельных коротких числовых примеров. Такой метод нельзя признать строго научно обоснованным, поскольку он может служить лишь основой для построения гипотез о поведении анализируемого явления в общем случае, но научные выводы нуждаются в дополнительном более строгом обосновании.

Применяемая в настоящее время агрегатная концепция имеет глубокие внутренние противоречия. Прежде всего, она построена на неправильных обще познавательных концепциях. Далее, в индексном методе применяются некорректные алгоритмы. Исследуем, например, обширное семейство агрегатных взвешенных индексов. Схематично этот класс формул можно представить следующим образом.

$$\begin{gathered}\text{Агрегатный взвешенный индекс}\\ \text{(относительный показатель сравнения)} =\end{gathered}$$

$$= \frac{\begin{gathered}\sum \text{(признак, характеризующий отчетное состояние}\\ \text{явления, система взвешивания, система эллиминирования)}\end{gathered}}{\begin{gathered}\sum \text{(признак, характеризующий базисное состояние}\\ \text{явления, система взвешивания, система эллиминирования)}\end{gathered}}. \quad (4.1)$$

Источник: собственная разработка

Разберем алгоритм индекса на элементы и попробуем представить его экономическую и математическую роль и предназначение, выполняемую в процессе расчетов. Прежде всего, логический анализ алгоритма агрегатного взвешенного индекса позволяет представить его как кратную, не детерминированную взаимосвязь числителя и знаменателя. Кратное строение формулы вполне логично, поскольку только в этом случае исследователь может сравнить числитель и знаменатель, сопоставить два состояния, в котором находится явление – отчетное и базисное, новое и старое. Однако поскольку ни числитель, ни знаменатель не детерминированы, постольку они состоят из нечетких, неясных, аморфных показателей (обычно это стоимостные массы), имеющих размытый экономический смысл.

В числителе и знаменателе показатели могут быть объединены мультипликативными и аддитивными взаимосвязями, однако т.к. взаимосвязи строго не детерминированы, то не редко выстраиваются по прихоти и произволу автора формулы. Не имея четкого экономического смысла такие агрегаты (индексные наборы), как правило, коррелируют, поскольку показатели, их образующие все же некоторым образом взаимосвязаны. Корреляция, конечно, существенно искажает результаты расчетов и еще больше размывает экономический смысл проводимого индексирования.

Основу числителя и знаменателя составляет признак, который взвешивается взаимосвязанным, но опять-таки обычно не детерминированным показателем. Взвешивание проводится отдельно для числителя и знаменателя и поэтому такой статистический прием можно назвать *горизонтальной системой взвешивания.* Главный мотив взвешивания – улучшение (уточнение) индексного числа. Меж тем индексное число в такой системе взвешивания не столько улучшается, сколько искажается. Вероятно, следует отказаться от горизонтальной системы взвешивания.

Индексные наборы в числителе и знаменателе дополнительно элиминируются с целью придания им осмысленного экономического содержания. Однако элиминирование также деформирует экономический смысл, искажает результаты расчетов и принуждает исследователя работать с условными, подразумеваемыми, а не реальными показателями. Примеры таких условностей многочисленны, достаточно упомянуть товарооборот, определяемый при фактическом объеме и при старых ценах. Простая логика позволяет сделать вывод, что нельзя включать в расчет товарооборот, который в реальности не существует. Видимо система элиминирования также не подходит для целей индексирования.

Далее, по своей экономической сущности и математической форме представления, агрегатный взвешенный индекс средним и обобщающим показателем все же не является, он лишь показывает во сколько раз агрегат числителя (нового периода) больше (или меньше) агрегата знаменателя (прошлого периода). Причем оба агрегата формируются огульно, путем перемножения и суммирования, совершенно различных по уровню, характеру, единицам измерения и пр. видов продукции.

Предыдущее исследование показало, что индексы имеют изъяны: несоответствие тестам, самовзвешивание, равновзвешивание, использование горизонтальной системы взвешивания, неправильно построенные функциональные взаимосвязи и корреляция в индексных наборах, размытый экономический смысл, непригодность для практического использования и пр. Упомянутые изъяны приводят к искажению логического, экономического и формального содержания формул, и деформируют результаты статистических расчетов.

Таким образом, методология индексов нуждается в коренном переосмыслении. Требуется, наконец, всесторонне обоснованная концепция, основанная на логике обобщений и сопоставлений. Необходима новая, но единая, универсальная и стандартная конструкция алгоритма, применимая к сопоставлениям любого рода. Алгоритм индекса должен быть действительно средней обобщающей величиной, вбирающей в себя факторные взаимосвязи между показателями и механизм, учитывающий народнохозяйственную значимость индексируемых видов продукции. Понимание огромной роли индексного метода в развитии экономико-статистических исследований, выдвигает задачу разработки новой концепции.

Согласно «Словаря русского языка» Ожегова С. И.: «Методология – совокупность методов, применяемых в какой ни будь науке» [112, с.352]. Поэтому методология экономических индексов должна обосновывать применение тех или иных приемов и методов на пути исследования сложных явлений.

Большая Советская Энциклопедия дает такое определение: «Методология научного познания – учение о принципах построения, формах и способах научно-познавательной деятельности» [11, Т. 16, с. 164]. Следуя данной идее, можно заключить, что методология – это учение о структуре, логической организации, методах и средствах деятельности. Методологическое знание выступает в форме предписаний и норм, в которых фиксируются содержание и последовательность решения определенной проблемы. Иными словами, методология включает принципы, подходы, формы и способы познания.

Иными словами, методология экономических индексов должна давать характеристику компонентов научного исследования – его объекта, задач анализа, совокупности применяемых методов и алгоритмов, а также формировать представление о последовательности движения исследователя в процессе проведения индексных сопоставлений.

В наиболее общем виде, индексная методология, опираясь на общенаучные методы философии, логики, математики, должна показывать путь исследования сложных явлений на основе сопоставления их разных состояний. Используя специфические методы: средних, относительных величин, факторного анализа, матричный – индексная методология должна представлять собой особую концепцию, способ статистического исследования динамики развития экономических, социальных, демографических и иных процессов. Одновременно, она естественно должна опираться на определенный инструментарий, с помощью которого эти процессы, взятые как некоторые статистические совокупности, можно было бы сравнить во времени, пространстве или иным способом.

Предметом методологии экономических индексов является численное измерение соотношений между ситуациями, в которых находятся явления. Объектами изучения выступают статистические совокупности взаимосвязанные, вероятнее всего, по принципу детерминации, т.е. когда между ними существует причинно-следственная (функциональная) зависимость.

Индекс – это сложная экономическая категория, лежащая на стыке разных областей знания, поэтому заранее предполагает применение разнообразных научных методов исследования. Использование общенаучных методов: научной абстракции, диалектической логики, системного подхода и др. означает, что явления и процессы, сопоставляемые в индексе, следует рассматривать в непрерывном движении, изменении, развитии, взаимосвязи и взаимообусловленности. Этот процесс предполагает движение от общего к частному, от абстрактного к конкретному.

Хорошо известно, что ни одно явление не может быть правильно понято, если оно рассматривается изолированно, без связи с другими. Поскольку в индекс могут быть сознательно включены некоторые факторы, взаимосвязанные по принципу детерминации, то он способен характеризовать изменение изучаемого социально-экономического явления во взаимосвязи с другими явлениями и тем самым весь этот комплекс может быть изучен подробно и всесторонне.

Одновременно, поскольку изучаемые индексным методом динамические процессы крайне сложны, исследователю приходится абстрагироваться и выдвигать обобщающие, сравнительные оценки разных состояний явления. Абстрагирование необходимо, оно связано с разнородностью изучаемой статистической совокупности и применением количественно-сопоставительного способа ее анализа. Выступая по форме как средне относительные показатели, индексы позволяют абстрагироваться двояко – от абсолютных размеров изучаемых явлений и от изменений явлений, взаимосвязанных с индексируемым.

Диалектический подход является одним из основных в индексном методе, поскольку, опираясь на него, исследователь способен не только устанавливать причинно-следственные связи, но и давать им количественную и качественную характеристику, т. е. обеспечивать измерение влияния факторов на развитие некоторого явления. Цель индексирования – не простое оперирование индексами, а глубокое проникновение в диалектическую природу взаимосвязи между явлениями, обеспечение объективной количественной характеристики этой взаимосвязи и целенаправленное ее использование в практической деятельности.

Применение диалектического подхода в индексном методе означает, что каждый процесс, любое экономическое явление представляет собой систему, состоящую из совокупности связанных между собой элементов, которые можно проанализировать путем сравнения ситуаций, в которых они находятся. Из этого вытекает методология индексных исследований, предполагающая необходимость системного подхода к изучению объектов, составляющих сложные системы. Системный подход предусматривает также максимальную детализацию изучаемых явлений и процессов на элементы и их систематизацию. Детализация осуществляется путем выделения главных и второстепенных факторов, влияющих на явление, и проводится в той степени, которая практически необходима для выяснения наиболее существенных тенденций в изучаемом объекте. Систематизация элементов производится на основе изучения их взаимосвязи и взаимодействия, что позволяет определить основные компоненты, функции, соподчиненность факторов в индексе.

В индексный метод включены методы анализа и синтеза. Анализ – самый простой метод, так как имеет эмпирическую основу. Анализ предполагает расчленение целого на составные части, которые исследователь может подвергнуть детальному изучению как элементы целого. Он заключается в расчете относительных и средних характеристик явления. Синтез позволяет соединять отдельные части в целое. Вбирая в себя метод анализа и синтеза, индексный метод одновременно сам является способом исследования и обобщения явлений и поэтому выводит исследовательский процесс на более высокий уровень.

Экономические явления и процессы имеют как качественную, так и количественную стороны. Процесс изменения качества всегда связан с накоплением количественных изменений. Поэтому индексный метод прочно опирается на математические методы. Математические аспекты формально проявляются через алгебраические методы, применяемые в конструировании формул индексов. Математические приемы позволяют выстроить конструкцию индекса и поэтому представляют формальную сторону дела. Более важной проблемой является форма выражения взаимосвязей между показателями, включенными в индекс. Облекая функциональные зависимости в математическую форму необходимо давать им экономическую интерпретацию, проверяя, существует ли данная взаимосвязь реально или лишь формально. Если полученная математическая форма не поддается четкой экономической интерпретации, ее следует отвергнуть.

Индексная методология опирается на закон больших чисел и метод массовых наблюдений, поскольку позволяет изучать закономерности, проявляющиеся в массовых явлениях. В индексах, исчисленных на основе массового наблюдения, взаимно погашаются следствия, порожденные случайными причинами, и остаются следствия, обусловленные общими для всех признаков факторами. В этом проявляется действие закона больших чисел, который требует, достаточно широкого числа наблюдений, для того, чтобы статистические характеристики были типичны и свободны от влияния случайных факторов.

В наиболее общем виде закон больших чисел формулируется так: «Больших чисел закон – общий принцип, в силу которого совокупное действие большого числа случайных факторов приводит, при некоторых весьма общих условиях, к результату, почти не зависящему от случая». [11, Т. 5, с. 538]

Наглядно закон больших чисел можно представить как функцию нормального распределения (см. рис. 4.1).

Поскольку закономерности, исследуемые индексным методом, выявляется лишь на достаточно большом числе наблюдений, то для получения обобщающей картины явления необходимо учесть каждый единичный факт и индивидуальные значения присущих им признаков. При суммировании достаточно большого числа наблюдений нивелируется действие индивидуальных (случайных) причин и выявляется результат, обусловленный действием основных причин или факторов.

Следовательно, чтобы дать правильную характеристику явления в целом, нельзя основываться на отдельных, единичных наблюдениях; нужно обобщить всю совокупность фактов или достаточно большое число их.

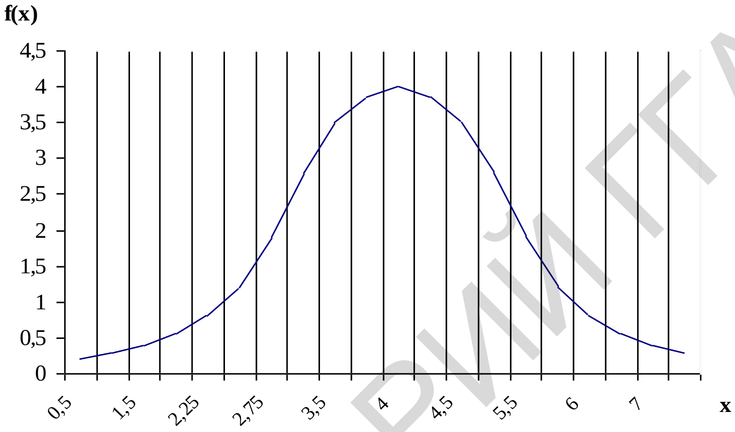

Рис. 4.1 Кривая нормального распределения
Источник: разработка автора

Индексный метод на основе обобщений материалов, полученных в результате массовых наблюдений, позволяет освободиться от влияния случайного в своих сводных характеристиках (индексах), где общий результат складывается под действием как основных, так и случайных факторов. Это особенно важно, поскольку индексный метод охватывает наблюдением не все единицы, из которых складывается изучаемая совокупность, а лишь часть их. В этих случаях закон больших чисел обосновывает возможность применения случайной выборки, так как при достаточно большом числе наблюдений влияние случайности на результат выборки может быть сведено к сколь угодно малой величине.

Под влиянием работ К. Гаусса и П. Лапласа долгое время считалось, чуть ли не аксиомой, что все распределения подчиняются нормальному закону, если есть возможность наблюдать достаточно большую совокупность элементов.

Действительно, абстрактные, сугубо теоретические модели массовых процессов видимо подчиняются действию закона больших чисел.

Закон больших чисел обоснован Чебышевым, другими учеными, однако рядом исследователей он ставится под сомнение. Но в любом случае – это удобный принцип абстракции, позволяющий объяснить необъяснимое.

В реальной действительности природа статистических распределений отличается от нормальных. Практика показывает, что в явлениях общественной жизни, чаще всего встречаются ассиметричные распределения: левосторонние и правосторонние (см. рис. 4.2 и 4.3).

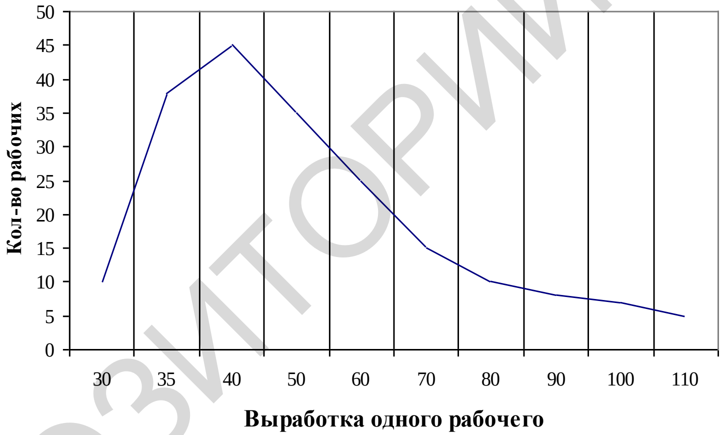

Рис. 4.2 Распределение рабочих по выработке (левостороннее распределение)

Источник: разработка автора

Асимметричность распределения объективно обусловлена ограниченностью начальных значений переменной нулем, или каким либо другим числом, объективно существующими в социально-экономических явлениях прямыми и обратными связями, а также мультипликативным характером зависимости в индексах.

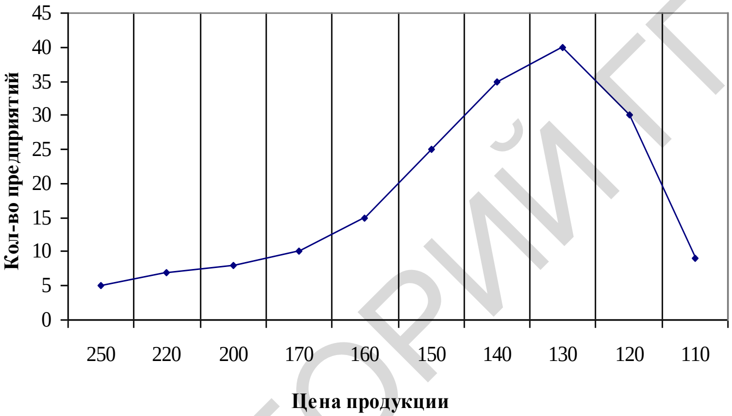

Рис. 4.3 Распределение предприятий по ценам правостороннее распределение

Источник: разработка автора

Индексный метод способен исследовать некоторую информационную систему, образованную по принципу функциональной зависимости между явлениями. Известно, что связи между явлениями по характеру могут быть функциональными или корреляционными. Соответственно явления общественной жизни могут исследоваться индексным или корреляционным методом. Если между явлениями существует функциональная связь, то результативный показатель и факторы находятся в причинно-следственной зависимости. Выявив факторы, влияющие на результативный показатель и объединив их в виде слагаемых, сомножителей или отношений, исследователь может сознательно свести данную зависимость к функциональной, и изучить ее индексным методом. Поэтому для построения индексов лучше всего подходят детерминированные факторные модели. Факторы, включаемые в модель, должны быть не только необходимыми элементами формулы, но и находиться в причинно-следственной связи с изучаемыми показателями, тогда построенная факторная система получит познавательную ценность.

Круг признаков, входящих в индексную систему, так же как и форма функциональной связи их друг с другом, могут быть достаточно разнообразными в зависимости от материального характера исследуемых явлений. Различают четыре вида функциональной зависимости сложного экономического явления Y от ряда показателей факторов (x_1, x_2, x_3,… x_n).

1. Аддитивная зависимость, используется в тех случаях, когда сложное явление рассматривается как результат сложения величин отдельных показателей факторов

$$Y = \sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n . \qquad (4.2)$$

2. Мультипликативная зависимость, при которой сложное явление представлено в виде произведения ряда показателей-факторов

$$Y = \prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \times x_2 \times x_3 \times ... \times x_n . \qquad (4.3)$$

3. Кратная зависимость применяется тогда, когда результативный показатель получают делением одного факторного показателя на величину другого

$$Y = \frac{x_1}{x_2} . \qquad (4.4)$$

4. Смешанная (комплексная) зависимость встречается в том случае, если показатели-факторы входят в расчетную формулу уровня сложного экономического явления в различных комбинациях предыдучих зависимостей. Например,

$$Y = \frac{a+b}{c}; \; Y = \frac{a}{b+c}; \; Y = \frac{a \times b}{c}; \; Y = (a+b)c. \qquad (4.5)$$

В принципе в индекс могут быть включены любые из названных зависимостей. Однако основой детерминированной факторной методологии индексов является кратная зависимость, поскольку именно она позволяет соотносить, сравнивать два состояния явления.

Таким образом, методология детерминированной факторной теории индексов представляет собой совокупность приемов и методов исследования явлений, разбитых на отдельные взаимосвязанные факторы, путем сравнения их во времени, пространстве или по отношению к определенному эталону (нормативу). Эти приемы и методы позволяют одновременно исследовать также величину и уровень влияния факторов, связь которых с результативным показателем (изучаемым явлением) носит функциональный характер.

Детерминированные факторные модели индексов могут быть достаточно простыми и сложными, в большинстве случаев динамическими, но иногда статическими. В простых моделях алгоритм индекса используется для сравнения ситуаций и исследования укрупненных факторов верхнего уровня без их детализации на составные части. Например, $v = q \cdot p$. В сложных индексных моделях проводится детализация факторов q и p на составные элементы с целью исследования их влияния на изучаемое явление. Например, $v = q \cdot z(1 + r)$, где r – рентабельность продукции. Детализация факторов может быть продолжена и дальше. Скажем, $v = (l \cdot t) \cdot z \cdot (1 + r)$, где l и t – численность рабочих и средняя выработка на одного рабочего. В сложных детерминированных факторных моделях индексов можно не только сравнить два явления и дать им обобщенную характеристику, но и детально изучить влияние факторов различных уровней соподчиненности.

Детерминированные факторные индексы могут быть полезными инструментами статического и динамического анализа. При статическом анализе индексы применяются для изучения влияния факторов на сравниваемые явления (результативные показатели) на соответствующую дату. При динамическом анализе факторные индексы позволяют исследовать причинно-следственные связи в динамике.

Построение детерминированной факторной модели индексов осуществляется в следующей последовательности.

1. Классифицируются и отбираются факторы, оказывающие непосредственное влияние на явление.
2. Определяется необходимая степень детализации факторов, включаемых в модель.
3. Устанавливается форма зависимости между факторами (мультипликативно-аддитивная).
4. Устанавливается форма зависимости между сравниваемыми явлениями (кратная).
5. Определяется будущая архитектура индекса, конструкция которого включает мультипликативно-аддитивную зависимость между факторами и кратную форму зависимости между сравниваемыми явлениями.

Классификация факторов позволяет распределить их по группам в зависимости от общих признаков. Она помогает глубже разобраться в причинах изменения сравниваемых явлений, точнее оценить место и роль каждого фактора в формировании величины результативных показателей.

Исследуемые в индексных системах факторы могут быть классифицированы по разным признакам. Важнейшее значение при построении и анализе индексных систем имеет их деление на сложные (комплексные) и, простые (элементные). Примером сложного фактора является производительность труда, а простого – количество рабочих дней в отчетном периоде.

По уровню соподчиненности (иерархии) различают факторы первого, второго, третьего и последующих уровней подчинения. К факторам первого уровня относятся те, которые непосредственно влияют на результативный показатель. Факторы, которые определяют результативный показатель косвенно, при помощи факторов первого уровня, называются факторами второго уровня и т.д. На рис. 4.4 показано, что факторами первого уровня являются объем продукции и цена. Факторами второго порядка – численность рабочих, средняя выработка продукции одним рабочим за период, себестоимость и рентабельность. К факторам же третьего уровня относятся количество дней отработанных одним рабочим за период, среднедневная выработка продукции одним рабочим, затраты на единицу продукции, объем продукции.

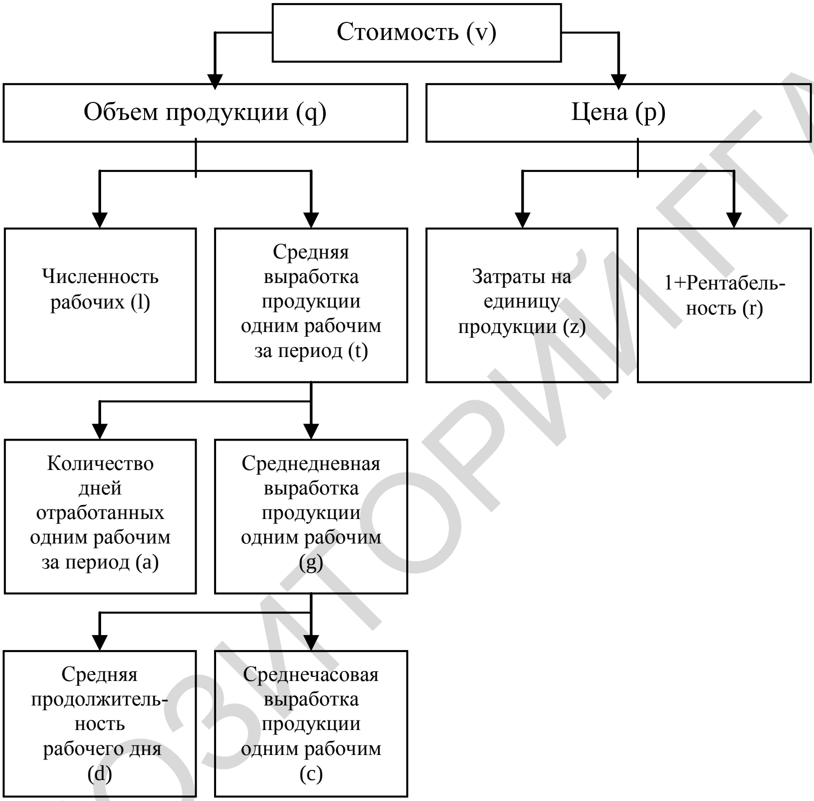

Рис. 4.4 Детерминированная факторная система стоимости продукции (включает три индекса: стоимости, продукции, цен)

Источник: разработка автора

Воздействие большинства факторов на результативный показатель может быть определено количественно. Вместе с тем имеется целый ряд факторов, влияние которых на результаты деятельности предприятий не поддается непосредственному измерению, например обеспеченность персонала жильем, детскими учреждениями, уровень подготовки кадров и др., поэтому их не следует включать в индексную систему.

Взаимосвязанное включение и исследование влияния факторов на сопоставляемые явления достигается с помощью их систематизации, что является одним из основных вопросов методологии индексов. Системный подход в индексном методе предусматривает изучение факторов с учетом их внутренних и внешних связей, взаимодействия и соподчиненности. Одним из способов систематизации факторов является создание детерминированных факторных систем. Создать факторную систему - значит представить изучаемое явление в виде суммы, частного или произведения нескольких факторов, находящихся в функциональной зависимости.

Например, стоимость продукции можно представить в виде произведения двух факторов первого порядка: объема продукции и цены. Каждый из них в свою очередь зависит от факторов второго порядка. Цена определяется затратами на единицу продукции и рентабельностью. Объем продукции зависит от численности рабочих и средней выработки продукции одним рабочим за период. Названные факторы могут быть также разложены на более простые (рис. 4.4).

Расширение детерминированной факторной системы достигается за счет детализации комплексных факторов. Элементные (в нашем примере – количество рабочих, количество отработанных дней, продолжительность рабочего дня, 1+рентабельность) не раскладываются на сомножители, так как по своему содержанию они однородны. С развитием системы комплексные факторы детализируются на менее общие, постепенно приближаясь по своему аналитическому содержанию к элементным (простым).

Отбор факторов, непосредственно влияющих на явление, осуществляется на основе теоретических и практических знаний исследователя. Естественно, чем больший комплекс факторов изучается, тем точнее и глубже будут результаты индексного анализа сравниваемых явлений. Конечно, следует иметь в виду, что если элементы, включаемые в индекс абсолютно не соизмеримы, или если исследователь пытается выстроить надуманную, нереальную взаимосвязь факторов, то и вытекающие из индексного анализа выводы будут ошибочными.

Необходимая степень детализации факторов включаемых в модель зависит от задач, которые решает исследователь. Если, например, необходимо получить лишь общую тенденцию развития явления, то, вероятно, следует рассчитать простой индекс. В случаях, если требуется глубокий анализ динамики явления и факторов на него повлиявших, окажется полезным сложный факторный индекс.

Важным вопросом методологии индексов является определение формы зависимости между факторами и между сравниваемыми явлениями. Взаимосвязь факторов, как правило, многолика, но чаще всего бывает мультипликативной, например, $v = q \cdot p$, реже аддитивно-мультипликативной $v = q \cdot z(1 + r)$, совсем редко аддитивной ЗП+М+А+НР или кратной $r = \frac{b}{z}$, где: ЗП – заработная плата; М – сырье и материалы; А – амортизационные расходы; НР – накладные расходы и b – прибыль от реализации продукции.

Моделирование индексных систем, в которые включены аддитивные и мультипликативные связи, осуществляется путем последовательного расчленения факторов исходной системы на факторы сомножители. В кратных моделях применяют различные способы преобразования: удлинения, формального разложения, расширения и сокращения. Глубина расширения модели зависит от цели исследования, а также от возможностей детализации и формализации показателей в пределах установленных правил.

Взаимосвязь между сравниваемыми явлениями однозначно кратная. Например, $v = \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0}$. Иной она быть не может, поскольку сопоставление понимается как отношение двух состояний явления, выражаемое в относительной единице измерения (в процентах или на единицу). В редких случаях может применяться не прямое, а обратное отношение, когда базисное состояние сравнивается с новым (отчетным).

Индекс представляет собой синтез средних и относительных величин. Это становится возможным благодаря тому, что в индексный метод включен метод средних и метод относительных величин. Названные методы тесно переплетаются, порой трудно понять, где кончается один и начинается другой.

Наиболее глубока связь индексного метода с методом средних. Формула индекса опирается на алгоритм и методологию расчета средних. Поэтому по форме и по существу, индекс – это средняя, обобщающая характеристика динамики развития явления.

Связь индексного метода с методом относительных величин проявляется в формуле индекса, а также в форме выражения результатов расчетов. Представляя данные в виде относительного числа, индексы показывают меру соотношения между двумя статистическими совокупностями.

Вместе с тем, способность индексного метода соединять в определенную, взаимосвязанную систему информационный массив представляет собой ту качественно новую ступень обработки статистических данных, которая отличает его от методов относительных и средних величин.

Как отмечалось, индексы позволяют сопоставлять и обобщать различные явления и показатели друг с другом, во времени, в пространстве или иным образом. Сравнить и одновременно обобщить многоплановое явление можно лишь в том случае, если использовать относительные показатели и средние величины. Поэтому, по форме индекс должен быть относительной величиной, ибо только в этом случае можно сопоставлять в динамике два состояния явления: новое и прошлое. Однако, по существу, индекс является все же средней величиной, так как его предназначение – обобщать многоплановые явления, состоящие из ряда взаимосвязанных элементов. В связи с этим, индекс это обобщающий показатель, характеризующий динамику развития сложных явлений, который должен вбирать в себя свойства средних величин и некоторые черты относительных величин.

Сравнивая два состояния явления: новое и старое (в ряде случаев вполне корректно обратное сравнение) исследователь неизбежно сопоставляет числитель и знаменатель, и усредняет уровни включенных в них факторов. Поскольку в индексе сравниваются и обобщаются уровни показателей по многим видам продукции, то, следовательно, в алгоритм также должен быть включен механизм, учитывающий народнохозяйственную значимость (весомость) индексируемых видов продукции.

В агрегатной концепции индексные наборы или иными словами агрегаты, коррелируют, поскольку сложный, расчленяемый фактор взвешивается простым фактором, который уже, как правило, включен в состав этого сложного фактора. Одновременно, горизонтальная система взвешивания искажает взаимосвязи между факторами. Примерами таких не функциональных, коррелирующих и искаженных взаимосвязей являются: в индексе продукции $Q = \sum q \cdot p$; в индексе цен $P = \sum p \cdot q$ и др.

Поэтому, прежде всего, следует установить правильные взаимосвязи между факторами. Так, экономически обоснованной взаимосвязью при определении индекса цены могло бы стать произведение факторов затрат на единицу продукции и выражения (1+ рентабельность). Основой индекса продукции должно быть произведение средней выработки на одного рабочего и численности рабочих и т.п. Индекс стоимости следует определять как произведение факторов затрат на единицу продукции, выражения (1+ рентабельность), средней выработки на одного рабочего и численности рабочих и т.п.

Затем необходимо создать правильную систему взвешивания. Взвешивать следует не признаки, а индексируемые элементы (например, виды продукции). Вместо упомянутой нами горизонтальной системы взвешивания требуется *вертикальная система взвешивания*, учитывающая народнохозяйственную значимость (весомость) индексируемых видов продукции.

Опираясь на изложенные идеи, попробуем спроектировать новую конструкцию алгоритма. Самая общая конструкция факторного индекса будет иметь вид.

$$\text{Факторный индекс (средний обобщающий, результативный показатель сравнения)} = \sum \frac{\text{взаимосвязь факторных показателей, характеризующих отчетное состояние явления}}{\text{взаимосвязь факторных показателей, характеризующих базисное состояние явления}} \times \text{коэффициент взвешивания} \qquad (4.6)$$

Источник: собственная разработка

Алгоритм имеет смешанную – кратно, мультипликативно-аддитивную конструкцию, позволяющую сопоставлять новое и старое состояние явления и выстраивать четкие детерминированные факторные взаимосвязи между показателями.

Предлагаемая конструкция алгоритма использует *вертикальную систему взвешивания,* взвешивая каждый из кратных элементов аддитивной системы. Вертикальная система взвешивания позволяет вычислять действительно средний обобщающий индекс, а не относительный показатель, как при горизонтальной системе взвешивания. Как мы помним, статистики СССР 30-70 гг. прошлого века указывали на то что, для соизмерения несоизмеримых явлений в индексы должен быть встроен механизм, учитывающий народнохозяйственную значимость индексируемых видов продукции [8, 10, 18, 117]. В предлагаемой автором методологической концепции, такой механизм именуется вертикальной системой взвешивания.

В новом индексе агрегаты (индексные наборы) заменены системой детерминированных взаимосвязанных факторов, которая не предполагает элиминирование признаков. Два состояния явления, например, отчетное и базисное, сравниваются непосредственно, в чистом виде. Такие индексные системы способны глубоко и всесторонне исследовать динамику экономических процессов.

4.2. Методика построения простых индексов

По определению, данному в «Словаре русского языка» Ожегова С. И.: «Методика – совокупность методов обучения чему ни будь, практического выполнения чего ни будь» [112, с. 352]. Большой экономический словарь, дает определение методики применительно к характеристике экономических явлений: “Методика – совокупность методов, приемов целесообразного проведения какой либо работы” [12, с. 525]. Следовательно, методика исчисления индексов должна отражать последовательность правил и процедур, позволяющих рассчитать индексы. Применяемые статистические процедуры естественно должны включать схемы, алгоритмы, формулы и т.п. позволяющие исчислить индексы на основе единообразного, универсального подхода.

Раскрывая методику построения индексов в новой индексной теории, введем два ограничения. Первое, в формулах индексов сравниваются лишь два периода – отчетный с базисным. Второе, рассматриваются только некоторые индексы: объемов продукции, затрат на единицу продукции, прибыли, цен, стоимости.

Исходя из природы индекса, принципов конструирования алгоритмов на основе матричного подхода, а также применяя вертикальную систему взвешивания, построим некоторые простые индексы.

Формула индекса объема продукции

$$I_q = \sum \frac{q_1}{q_0} K_q . \qquad (4.7)$$

Источник: собственная разработка

Формула индекса затрат на единицу продукции

$$I_z = \sum \frac{z_1}{z_0} K_z . \qquad (4.8)$$

Источник: собственная разработка

Формула индекса прибыли на единицу продукции

$$I_b = \sum \frac{b_1}{b_0} K_b . \qquad (4.9)$$

Источник: собственная разработка

Формула индекса средних цен

$$I_p = \sum \frac{p_1}{p_0} K_p \,. \tag{4.10}$$

Источник: собственная разработка

Формула индекса стоимости продукции

$$I_V = \sum \frac{v_1}{v_0} \cdot K_V \,, \tag{4.11}$$

Источник: собственная разработка

где

K_{qi} – удельный вес каждого элемента $\frac{q_1}{q_0}$ в сумме $\frac{q_1}{q_0}$.

То есть $K_q = \dfrac{\frac{q_1}{q_0}}{\sum \frac{q_1}{q_0}}$;

K_{zi} – удельный вес каждого элемента $\frac{z_1}{z_0}$ в сумме $\frac{z_1}{z_0}$.

То есть $K_z = \dfrac{\frac{z_1}{z_0}}{\sum \frac{z_1}{z}}$;

K_{bi} – удельный вес каждого элемента $\frac{b_1}{b_0}$ в сумме $\frac{b_1}{b_0}$.

То есть $K_b = \dfrac{\frac{b_1}{b_0}}{\sum \frac{b_1}{b}}$;

K_{pi} – удельный вес каждого элемента $\frac{p_1}{p_0}$ в сумме $\frac{p_1}{p_0}$.

То есть $K_p = \dfrac{\frac{p_1}{p_0}}{\sum \frac{p_1}{p_0}}$;

K_{vi} – удельный вес каждого элемента $\frac{v_1}{v_0}$ в сумме $\frac{v_1}{v_0}$.

То есть $K_v = \dfrac{\frac{v_1}{v_0}}{\sum \frac{v_1}{v_0}}$.

В предложенных алгоритмах, выражение $\sum \frac{q_1}{q_0}$ позволяет сравнить абсолютные уровни производства за отчетный и базисный периоды, а коэффициент K_q найти место данного вида продукции среди других индексируемых, как удельный вес в их сумме.

Особенность коэффициентов K_q, K_p K_b и K_z состоит в том, что для удобства расчетов следует менять точность вычислений. Например, если индексируется до 10 видов продукции, точность коэффициента можно, скажем, принимать до трех знаков после запятой, если более 100, до четырех знаков и т.д.

Проведем расчеты с использованием предложенных формул (см. прил. 3, 4 и таблицы 4.1, 4.2). Однако прежде сделаем небольшое отступление, касающееся корректности и достоверности индексных вычислений. Определяя индексы на условных примерах, индексологи, нередко проводят вычисления по двум или даже одному виду продукции. Объективно это связано с необходимостью упрощения расчетов, но субъективно таким приемом пытаются скрыть слабости индексного метода при проведении факторного анализа. Меж тем, не следует лукавить, но следует признать, что если расчет ведется по одному виду продукции, то получаем не индекс, а темп роста. При двух видах продукции результат, как правило, получается гладким, так как элементы индекса получают правильный удельный вес. Но картина резко меняется, алгоритм дает сбой, если к расчету подключить третий и последующие виды продукции. Поэтому автор монографии в расчетах использует три вида продукции (ткани шерстяные, шелковые и синтетические) и три периода – 2010, 2011, 2012 гг. Этого количества необходимо и достаточно для проведения четких и корректных расчетов.

Расчет простого индекса объема продукции

Сумма индексируемых соотношений объемов продукции отчетного 2011 г. и базисного 2010 г. по шерстяным, шелковым и синтетическим тканям равна:

$$\frac{q_{11}}{q_{01}} + \frac{q_{12}}{q_{02}} + \frac{q_{13}}{q_{03}} = \frac{10}{9} + \frac{6}{6} + \frac{12}{8} = 1{,}1111 + 1{,}0 + 1{,}5 = 3{,}6111.\,.$$

Затем находим удельный вес каждого из соотношений:

1,1111 : 3,6111 = 0,3077;

1,0 : 3,6111 = 0,2769;

1,5 : 3,6111 = 0,4154.

Тогда простой индекс объема продукции будет равен:

$$I_q = \sum \frac{q_1}{q_0} \frac{\frac{q_1}{q_0}}{\sum \frac{q_1}{q_0}} = \frac{10}{9} \cdot 0{,}3077 + \frac{6}{6} \cdot 0{,}2769 + \frac{12}{8} \cdot 0{,}4154 =$$

$$= 0{,}3419 + 0{,}2769 + 0{,}6231 = 1{,}2419.$$

Следовательно, объем продукции в 2011 г. в сравнении с 2010 г. увеличился на 24,19%.

Аналогичным способом находим другие индексы. Рассчитанные индексные числа, представленные в таблицах 4.1

и 4.2, абсолютно адекватно отражают реальную картину, связанную с изменением показателей.

Применяя данную методику можно строить кроме экономических индексов, разнообразные простые социальные, демографические и т.п. индексы.

Особый вид простых индексов – *индекс нормативов (эталонов).* Индекс отражает степень выполнения доведенных заданий, меру выполнения установленных нормативов или степень соответствия определенным эталонам.

Формула простого индекса нормативов имеет вид:

$$I_n = \frac{n_{\text{ôàêò}}}{n_{\text{ïëàí}}} K_{ni}, \qquad (4.12)$$

Источник: собственная разработка

где

n $_{\text{факт}}$ – фактическое выполнение норматива;

n $_{\text{план}}$ – планируемый (доведенный) уровень норматива.

Например, задание по энергосбережению для предприятий химической промышленности 3,4%, фактически на первом предприятии задание выполнено на 2,5%, а на втором предприятии на 3,2%. Тогда сумма индексируемых соотношений по энергосбережению отчетного и базисного года по первому и второму предприятию равна:

$$\frac{2,5}{3,4} + \frac{3,2}{3,4} = 0,735 + 0,941 = 1,676..$$

Удельный вес каждого из соотношений равен:

0,735 : 1,676 = 0,439,

0,941 : 1,676 = 0,561.

Теперь вычислим простой индекс нормативов:

$$I_n = \frac{2,5}{3,4} 0439 + \frac{3,2}{3,4} 0,561 = 0,735\text{õ}0,439 + 0,941\text{õ}0,561 =$$

$$= 0,323 + 0,528 = 0,851.$$

Число 0,851 показывает степень приближения к выполнению заданного норматива.

Итак, простые индексы – это исходные алгоритмы индексного метода. Они являются основой для построения факторных алгоритмов и индексных систем, а также служат хорошим рабочим инструментом для статистика, так как позволяют сократить объемы вычислений. В тех случаях, когда необходимо проводить углубленный анализ используются факторные индексы, позволяющие разбить явление на взаимосвязанные факторы.

4.3. Методика построения факторных индексов

Примеры факторных взаимосвязей между явлениями встречаются повсюду. Большинство экономических, социальных, демографических показателей, также, факторно взаимосвязаны. Примерами того, как взаимосвязаны экономические показатели, могут быть.

Продукция = средняя выработка на одного рабочего × численность рабочих.

Затраты на единицу продукции = количество продукции × норма расхода материалов на единицу продукции × цена продукции.

Общие затраты = затраты на единицу продукции × количество продукции.

Общие затраты = затраты на единицу продукции × численность рабочих x средняя выработка на одного рабочего.

Прибыль на единицу продукции = затраты на единицу продукции × рентабельность).

Общая прибыль = (затраты на единицу продукции × рентабельность) × объем продукции.

Цена = затраты на единицу продукции × (1+ Рентабельность).

Стоимость = затраты на единицу продукции × (1+ Рентабельность) × объем продукции.

Примем следующие обозначения:

q, z, n, r, b и p – количество продукции, затраты, нормы расхода материалов, рентабельность, прибыль и цена единицы продукции данного вида;

l и t – численность рабочих и средняя выработка на одного рабочего;

Q, Z, B, V – объем, себестоимость, прибыль, стоимость всего объема продукции;

I_Q, I_Z, I_B, I_P, I_V – индексы продукции, затрат, прибыли, цен, стоимости.

Запишем названные факторные взаимосвязи в принятых обозначениях.

$Q = l \times t$ – объем продукции;

$Z = q \times n \times p$ – затраты на единицу продукции;

$Z = z \times q$ – общие затраты;

$Z = l \times t \times z$ – общие затраты;

$b = z \times r$ – прибыль на единицу продукции;

$B = (z \times r)(l \times t)$ – общая прибыль;

$B = (z \times r)\, q$ – общая прибыль;

$p = z\,(1+r)$ – цена;

$V = z\,(1+r)\, q$ – стоимость продукции;

$V = z\,(1+r)(l \times t)$ – стоимость продукции;

$V = p$ x q – стоимость продукции.

Опираясь на изложенные выше принципы конструирования индексов, автор предлагает следующие формулы факторных индексов.

Факторный индекс продукции имеет вид:

$$I_Q = \sum \frac{l_1 t_1}{l_0 t_0} \cdot Y_Q, \qquad (4.13)$$

Источник: собственная разработка

где

l_1 и t_1 – численность рабочих и средняя выработка на одного рабочего, соответственно, в отчетном периоде;

l_0 и t_0 – численность рабочих и средняя выработка на одного рабочего, соответственно, в базисном периоде;

Y_Q – удельный вес каждого элемента $\frac{l_1 t_1}{l_0 t_0}$ в сумме $\frac{l_1 t_1}{l_0 t_0}$.

Факторный индекс общих затрат имеет вид:

$$I_Z = \sum \frac{z_1 q_1}{z_0 q_0} \cdot Y_Z, \qquad (4.14)$$

Источник: собственная разработка

где

z_1 и q_1 – затраты на единицу продукции и объем продукции, соответственно, в отчетном периоде;

z_0 и q_0 – затраты на единицу продукции и объем продукции, соответственно, в базисном периоде;

Y_z – удельный вес каждого элемента $\frac{z_1 q_1}{z_0 q_0}$ в сумме $\frac{z_1 q_1}{z_0 q_0}$,

или

$$I_z = \sum \frac{l_1 t_1 z_1}{l_0 t_0 z_0} \cdot Y_z. \qquad (4.15)$$

Источник: собственная разработка

Факторный алгоритм прибыли на единицу продукции имеет вид:

$$I_b = \sum \frac{z_1 r_1}{z_0 r_0} \cdot Y_b, \qquad (4.16)$$

Источник: собственная разработка

где

r – рентабельность продукции;

Y_R – удельный вес каждого элемента $\frac{z_1 r_1}{z_0 r_0}$ в сумме $\frac{z_1 r_1}{z_0 r_0}$.

Факторный индекс общей прибыли получит следующий вид:

$$I_B = \sum \frac{(z_1 r_1) q_1}{(z_0 r_0) q_0} \cdot Y_B, \qquad (4.17)$$

Источник: собственная разработка

где

Y_B – удельный вес каждого элемента $\frac{(z_1 r_1) q_1}{(z_0 r_0) q_0}$ в сумме $\frac{(z_1 r_1) q_1}{(z_0 r_0) q_0}$.

Или более подробно:

$$I_B = \sum \frac{(z_1 r_1) \cdot (l_1 t_1)}{(z_0 r_0) \cdot (l_0 t_0)} \cdot Y_B . \qquad (4.18)$$

Источник: собственная разработка

Факторный индекс цен имеет вид:

$$I_p = \sum \frac{z_1 (1 + r_1)}{z_0 (1 + r_0)} \cdot Y_P , \qquad (4.19)$$

Источник: собственная разработка

где

Y_P – удельный вес каждого элемента $\frac{z_1 (1 + r_1)}{z_0 (1 + r_0)}$ в сумме $\frac{z_1 (1 + r_1)}{z_0 (1 + r_0)}$.

Опираясь на предыдущий алгоритм, запишем факторный индекс стоимости:

$$I_V = \sum \frac{q_1 z_1 (1 + r_1)}{q_0 z_0 (1 + r_0)} \cdot Y_V , \qquad (4.20)$$

Источник: собственная разработка

где

Y_V – удельный вес каждого элемента $\frac{q_1 z_1 (1 + r_1)}{q_0 z_0 (1 + r_0)}$ в сумме $\frac{q_1 z_1 (1 + r_1)}{q_0 z_0 (1 + r_0)}$.

Или его можно представить более детально:

$$I_V = \sum \frac{z_1 (1 + r_1) \cdot (l_1 t_1)}{z_0 (1 + r_0) \cdot (l_0 t_0)} \cdot Y_V . \qquad (4.21)$$

Источник: собственная разработка

Формула факторного индекса стоимости, в зависимости от целей анализа или в связи с ограниченностью статистических данных, может быть приведена к более простому виду

$$I_V = \sum \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} \cdot Y_V , \qquad (4.22)$$

Источник: собственная разработка

где

Y_V – удельный вес каждого элемента $\frac{q_1p_1}{q_0p_0}$ в сумме всех $\frac{q_1p_1}{q_0p_0}$.

Используя факторные взаимосвязи можно строить не только экономические индексы, но и демографические, социальные и др. Некоторые многофакторные индексы, построенные автором, приведены в приложении 5.

Проведем расчеты с использованием предложенных формул (см. приложения 3, 4 и табл. 4.1, 4.2).

Расчет факторного индекса продукции.

Сумма индексируемых соотношений объемов продукции последующего 2011 и предыдущего 2010 года по шерстяным, шелковым и синтетическим тканям равна:

$$\frac{10\cdot1000}{10\cdot900}+\frac{21\cdot286}{20\cdot300}+\frac{12\cdot1000}{10\cdot800}=1{,}1111+1{,}0+1{,}5=3{,}6111\,.$$

Находим удельный вес каждого из соотношений:

Y_{Q_1} = 1,1111 : 3,6111 = 0,3077;

Y_{Q_2} = 1,0 : 3,6111 = 0,2769;

Y_{Q_3} = 1,5 : 3,6111 = 0,4154, тогда

$$I_Q=\frac{10\cdot1000}{10\cdot900}\cdot0{,}3077+\frac{21\cdot286}{20\cdot300}\cdot0{,}2769+\frac{12\cdot1000}{10\cdot800}\cdot0{,}4156=$$
$$=0{,}3419+0{,}2769+0{,}6231=1{,}2419.$$

Объем производства трех видов тканей возрос на 24,19%,

Аналогично рассчитываем другие факторные индексы (см. табл. 4.1 и 4.2). Легко заметить, что они адекватно отражают динамику изменения показателей.

Факторный индекс равен соответствующему простому, поскольку первый получаем путем разложения второго на факторы.

Факторный $I_Q = \sum \frac{l_1 t_1}{l_0 t_0} \cdot Y_Q$ равен простому $I_q = \sum \frac{q_{i1}}{q_{i0}} K_{qi}$.

Факторный $I_b = \sum \frac{z_1 r_1}{z_0 r_0} \cdot Y_b$ равен простому $I_b = \sum \frac{b_{i1}}{b_{i0}} K_{bi}$.

Факторный $I_p = \sum \frac{z_1(1+r_1)}{z_0(1+r_0)} \cdot Y_p$ равен простому $I_p = \sum \frac{p_{i1}}{p_{i0}} K_{pi}$ и т.п.

Покажем на числовом примере, что простой индекс (I_q) равен соответствующему факторному (I_Q).

$$I_q = \sum \frac{q_1}{q_0} \frac{\frac{q_1}{q_0}}{\sum \frac{q_1}{q_0}} = \frac{10}{9} \cdot 0{,}3077 + \frac{6}{6} \cdot 0{,}2769 + \frac{12}{8} \cdot 0{,}4154 = \text{ или}$$

$$= 0{,}3419 + 0{,}2769 + 0{,}6231 = 1{,}2419.$$

$$I_Q = \frac{10 \cdot 1000}{10 \cdot 900} \cdot 0{,}3077 + \frac{21 \cdot 286}{20 \cdot 300} \cdot 0{,}2769 + \frac{12 \cdot 1000}{10 \cdot 800} \cdot 0{,}4156 = .$$

$$= 0{,}3419 + 0{,}2769 + 0{,}6231 = 1{,}2419.$$

Рассчитываем абсолютные приросты и долю их влияния на динамику индекса. Из предыдущего примера абсолютный прирост равен (10000 - 9000) + (6000 - 6000) + (12000 - 8000) = 1000 + 0 + 4000 = 5000 тыс.м. Отсюда

$$\frac{10000 + 6000 + 12000}{9000 + 6000 + 8000} \neq 0{,}2419 . \qquad (4.23)$$

Между тем в статистической литературе распространено мнение о том, что между абсолютными приростами и темпом прироста индекса должно быть равенство [3, 8, 21, 137][18]. Математически так, и есть, если рассчитывается относительный показатель динамики. Однако, если индексное число – *средняя* величина, то равенства быть не должно. Этот вывод совпадает с анализом, проведенным в параграфе 1.4, где было сделано заключение о том, что нынешние индексы (в том числе Ласпейреса и Пааше) не индексы и не суть средние величины, а обычные, но представленные в несколько замысловатой форме, показатели рядов динамики.

Факторные индексы способны образовывать индексные системы. Примером многомерной индексной системы, включающей восемь факторов, является факторный индекс объема грузооборота:

$$I_e = \sum \frac{A_1 D_1 W_1 K_{p1} C_{k1} K_{w1} E_1 K_{e1}}{A_0 D_0 W_0 K_{p0} C_{k0} K_{w0} E_0 K_{e0}} \cdot Y_e, \qquad (4.24)$$

Источник: собственная разработка

где

A – среднегодовое количество машин;

D – количество отработанных дней в среднем одной машиной за год;

W – средняя продолжительность рабочего дня;

K_p – коэффициент использования рабочего времени;

C_k – среднетехническая скорость движения;

K_w – коэффициент использования пробега;

E – средняя грузоподъемность машины;

K_e – коэффициент использования грузоподъемности машин.

Другие виды индексных систем, разработанные автором, представлены в приложении 5.

---

[18] Например, в индексах Ласпейреса и Пааше соответствие между относительным и абсолютным приростом, несомненно, существует, а в алгоритмах Эджуорта, Маршалла, Уолша его нет. По «идеальной» формуле и большинству кроссингов Фишера, алгоритму Зигвика абсолютные приросты вычислить вообще нельзя.

Преимуществом предложенных формул в сравнении с теми, которые применяются в агрегатной теории индексов, является то, что методология получает непротиворечивую, формально и логически завершенную форму, а предлагаемые алгоритмы расширяют границы и возможности экономического анализа.

Таким образом, методика построения факторных индексов основана на едином универсальном подходе, использующем функциональные взаимосвязи между показателями. Функциональный подход, используемый при построении индексов, позволяет глубже раскрыть и исследовать явления и, поэтому, оказывается весьма плодотворным при анализе экономических процессов.

4.4. Свойства индексов

Свойства индексов до сих пор ни кем не исследовались, однако до некоторой степени данная тема связана с проблемой тестирования индексов.

По определению, данному в «Словаре русского языка» Ожегова С. И.: «Свойство – качество, признак, составляющий отличительную особенность кого, чего ни будь» [112, с. 703]. Следовательно, свойства индексов должны характеризовать совокупность признаков, составляющих отличительные особенности индексов.

Впервые, в наиболее общем виде, некоторые свойства индексов были изучены в виде тестов Х. Вестергаардом и Н. Г. Пирсоном. Затем И. Фишер создал первую четкую систему тестирования. Выступая критериями отбора лучших алгоритмов, тесты одновременно давали некоторые общие формальные характеристики, черты и свойства, присущие индексным формулам.

Попытки создать новую систему критериев предпринимали Р. Фриш, С. Свами, К. Мизутани, А. Вальд, Дюон. В современный период эту проблему пытался решить П. Айхорн [187-189], но, к сожалению, логического завершения эта тема не получила, поскольку содержание и общие принципы конструирования индексов не были четко определены и авторы исходили из своего узко специализированного, субъективного подхода. И поныне четкой системы свойств, которыми должны обладать все индексы не существует, поскольку предлагавшиеся до сих пор тесты не являются абсолютными, универсальными критериями, а имеют отношение, в большей степени, только к индивидуальным индексам или определенным, пусть и широким, группам формул.

Большинство тестов, используемых в современной концепции индексов, не применимо и к разработанной автором детерминированной факторной методологии индексов, поскольку она имеет иную логическую и математическую основу. Поэтому, не принимая целиком, но, опираясь, все же на принципы тестирования, разработанные в статистической литературе, сформулируем свойства индексов.

Прежде всего, отметим, что следует различать две группы свойств: *свойства алгоритмов и свойства индексных чисел.*

Свойства алгоритмов.

1. *Свойство возрастания и убывания.*

Индекс возрастает или убывает, если даже один из элементов индекса возрастает или убывает.

2. *Свойство переносимости.*

Индекс возрастет в А раз, если все индексируемые элементы возрастут в А раз. Иными словами, если каждый индексируемый элемент умножить или разделить на определенное одинаковое число, то индекс соответственно возрастет или уменьшится во столько же раз.

Для простых индексов:

$$\sum \frac{p_1}{p_0} \cdot A \frac{\frac{p_1}{p_0} \cdot A}{\sum \frac{p_1}{p_0} A} = I_p \cdot A, \qquad (4.25)$$

Источник: разработка автора

откуда

$$I_p = \sum \frac{p_1}{p_0} \cdot A \frac{\frac{p_1}{p_0} \cdot A}{\sum \frac{p_1}{p_0} A} : A. \qquad (4.26)$$

Источник: разработка автора

Для факторных индексов (например, стоимости):

$$\sum \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} \cdot A \frac{\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} \cdot A}{\sum \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} \cdot A} = I_v \cdot A, \qquad (4.27)$$

Источник: разработка автора

откуда

$$I_v = \sum \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} \cdot A \frac{\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} \cdot A}{\sum \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} \cdot A} : A. \qquad (4.28)$$

Источник: разработка автора

3. Если каждый индексируемый элемент разделить на какое-либо одинаковое произвольное число, то индекс уменьшится во столько же раз.

Алгебраически это можно записать так.

Для простых индексов:

$$\sum \frac{\frac{p_1}{p_0}}{A} \cdot \frac{\frac{\frac{p_1}{p_0}}{A}}{\frac{\sum \frac{p_1}{p_0}}{A}} = \frac{I_p}{A}, \qquad (4.29)$$

Источник: разработка автора

откуда

$$I_p = \sum \frac{\frac{p_1}{p_0}}{A} \frac{\frac{\frac{p_1}{p_0}}{A}}{\sum \frac{\frac{p_1}{p_0}}{A}} \cdot A. \qquad (4.30)$$

Источник: разработка автора

Для факторных индексов (например, стоимости):

$$\sum \frac{\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}}{A} \frac{\frac{\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}}{A}}{\sum \frac{\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}}{A}} = \frac{I_v}{A}, \qquad (4.31)$$

Источник: разработка автора

откуда

$$I_v = \sum \frac{\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}}{A} \frac{\frac{\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}}{A}}{\sum \frac{\frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}}{A}} \cdot A. \qquad (4.32)$$

Источник: разработка автора

4. *Свойство симметрии.*

От перемены мест индексируемых элементов индексное число не меняется. Если, например, расположить элементы (факторы) индекса по возрастанию или убыванию индекс не изменится.

5. *Свойство координации* или иначе *свойство обратимости ситуаций.* Если, стоимость *n* видов продукции сопоставить во времени, путем сравнения уровня отчетного периода с базисным, то получим прямой индекс

$$I_p = \sum \frac{p_1}{p_0} K_p. \qquad (4.33)$$

Источник: разработка автора

Индекс, вычисленный в обратном направлении, путем сравнения показателя предшествующего периода с показателем последующего периода, является величиной, обратной первоначальному индексу

$$I_p = \sum \frac{p_0}{p_1} K_p. \qquad (4.34)$$

Источник: разработка автора

Иными словами, если в формуле индекса поменять местами базисный и отчетный периоды, то новый и старый индексы должны относиться друг к другу как взаимно обратные величины. Оба индекса: прямой и обратный, при перемножении дают единицу. Это одно из базисных свойств индексов, характеризующих отношение и среднее.

Данное свойство напоминает тест обратимости во времени И.Фишера. Однако, на наш взгляд, его следует трактовать шире – не только как обратимость во времени, но и обратимость разных ситуаций, в том числе обратимость в пространстве, по отношению к определенному эталону и т.п. В связи с этим, свойство координации можно назвать также свойством обратимости ситуаций.

6. *Свойство пропорциональности.* В алгоритм индекса (например, $I_p = \sum \frac{p_1}{p_0} K_p$) включен специальный коэффициент К, формирующий вертикальную систему взвешивания. Причем, K_i больше нуля, а $K_1+K_2+K_3+\ldots+K_n=1$.

Названные свойства сформулированы исходя из правил простой алгебры, отражают принципы индексного исчисления и вытекают из самого понятия и конструкции детерминированного факторного индекса.

Свойства индексных чисел.

Их можно разделить на две группы.

1. Свойства, несущие в себе влияние средних величин.
2. Свойства, отражающие влияние факторов, включенных в индекс.

Свойства, несущие в себе влияние средних величин.

1. Взаимосвязанные индексы, скажем, I_q и I_p, нельзя перемножать, так как произведение средних (а факторный индекс – действительно средняя) не равно среднему произведению, то есть $I_{.q} \cdot I_p \neq I_v$.

2. Взаимосвязанные индексы не делят друг на друга, поскольку среднее отношение не равно отношению из средних $I_R \neq \frac{I_b}{I_V}$.

3. Индексы не складывают, данная операция также бессмысленна, поскольку сумма средних не равна средней сумме.

4. Между абсолютными и относительными приростами не должно быть равенства, так как абсолютный прирост не равен среднему относительному приросту.

Свойства, отражающие влияние факторов, включенных в индекс.

Как мы знаем цена распадается на две части: затраты и прибыль. Поэтому при одинаковой рентабельности (например 30%), факторно взаимосвязанные индексы затрат, прибыли и цены равны (см. прил. 3 и табл. 4.1), поскольку их величина задается уровнем индекса затрат и темпом изменения рентабельности. Теже причины приводят к равенству индексов общих затрат, общей прибыли и стоимости.

Таблица 4.1

Динамика индексов при одинаковой рентабельности (30%) за 2011, 2012 гг.

Наименование показателей	Ед. измер	2011 г	2012 г.
Индексы затрат на единицу продукции (I_z)			
Базисный индекс	Коэф.	1,0535	1,1309
Цепной индекс	Коэф.	1,0535	1,0656
Индексы прибыли на единицу продукции (I_b)			
Базисный индекс	Коэф.	1,0535	1,1309
Цепной индекс	Коэф.	1,0535	1,0656
Индексы цены (I_p)			
Базисный	Коэф.	1,0535	1,1309
Цепной	Коэф.	1,0535	1,0656
Индексы продукции (I_q)			
Базисный индекс	Коэф.	1,2419	1,1572
Цепной индекс	Коэф.	1,2419	1,0168
Индексы общих затрат (I_Z)			
Базисный	Коэф.	1,2969	1,3571
Цепной	Коэф.	1,2969	1,1523
Индексы общей прибыли (I_B)			
Базисный	Коэф.	1,2969	1,3571
Цепной	Коэф.	1,2969	1,1523
Индексы стоимости (I_v)			
Базисный	Коэф.	1,2969	1,3571
Цепной	Коэф.	1,2969	1,1523

Источник: разработка автора

При разной рентабельности динамика взаимосвязанных индексов: затрат, прибыли и цен (см. прил. 4 и табл. 4.2), а также общих затрат, общей прибыли и стоимости не задается уровнем рентабельности

Таблица 4.2

Динамика индексов при разной рентабельности за 2011, 2012 гг.

Наименование показателей	Ед. измер	2011 г	2012 г.
Индексы затрат на единицу продукции (I_z)			
Базисный индекс	Коэф.	1,0535	1,1309
Цепной индекс	Коэф.	1,0535	1,0656
Индексы прибыли на единицу продукции (I_b)			
Базисный индекс	Коэф.	0,9112	1,0177
Цепной индекс	Коэф.	0,9112	1,1269
Индексы цены (I_p)			
Базисный	Коэф.	1,0218	1,1114
Цепной	Коэф.	1,0218	1,0789
Индексы продукции (I_q)			
Базисный индекс	Коэф.	1,2419	1,1572
Цепной индекс	Коэф.	1,2419	1,0168
Индексы общих затрат (I_Z)			
Базисный индекс	Коэф.	1,2969	1,3571
Цепной индекс	Коэф.	1,2969	1,1523
Индексы общей прибыли (I_B)			
Базисный индекс	Коэф.	1,0959	1,2433
Цепной индекс	Коэф.	1,0959	1,2177
Индексы стоимости (I_v)			
Базисный	Коэф.	1,2500	1,3351
Цепной	Коэф.	1,2500	1,1661

Источник: разработка автора

Таким образом, индексы имеют специфические свойства, обусловленные конструктивными особенностями факторных алгоритмов: свойство обратимости ситуаций, свойство пропорциональности и др. Индексные числа вбирают в себя свойства средних величин, а также отражают влияние взаимодействия факторов, включенных в индекс, но не обладают свойствами относительных величин.

Положительной особенностью факторной теории индексов является то, что в отличие, например, от тестовой концепции, свойства индексов заранее не заданы, они не идут впереди алгоритмов, а вытекают из теоретико-методологической концепции и математической конструкции формул.

Выводы.

Индексный метод представляет собой концепцию, позволяющую исследовать динамику явления путем количественного сопоставления его нового и прошлых состояний. Предметом методологии экономических индексов является численное измерение соотношений между ситуациями, в которых находятся явления, а объектами выступают статистические совокупности взаимосвязанные по принципу детерминации, т.е. когда между ними существует причинно-следственная (функциональная) зависимость.

Методы средних, относительных величин и индексный метод взаимосвязаны. Вместе с тем, последний представляет собой качественно новую ступень обработки статистических данных, поскольку способен соединять в определенную, взаимосвязанную систему информационный массив и выводит анализ на более высокий уровень абстракции. Одновременно, он позволяет исследовать информационную систему, образованную по принципу функциональной зависимости между явлениями. Это дает статистику уникальные возможности для анализа.

Источник противоречий индексного метода лежит в области общих методологических принципов, в неправильных общепознавательных концепциях, на которых основан этот метод.

5. ПРИМЕНЕНИЕ ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ ФАКТОРНОЙ ТЕОРИИ И МЕТОДОЛОГИИ ИНДЕКСОВ В ЭКОНОМИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

5.1. Общая методика индексного анализа экономических показателей

Существующие в настоящее время методики анализа экономических показателей, несмотря на их объективность, достаточно громоздки, поскольку включают несколько методов, порою слабо стыкующихся друг с другом. Наиболее распространенными методами анализа, как правило, являются: сравнительный анализ (динамики, выполнения плана и др.) и факторный анализ (детерминированный и стохастический).

Между тем в качестве сильного аналитического инструмента можно использовать и индексный метод. Правда, считается, что он имеет ограниченные возможности, во-первых, потому что позволяет определить лишь темпы роста, прироста и абсолютные приросты и, во-вторых, индексные расчеты «грешат» неточностью. Так, исследуя некоторые аналитические примеры можно обнаружить удивительный парадокс, когда снижение индекса за несколько периодов сопровождается его ростом на каждом этапе изменения [54, 134]. Иногда, в связи со своеобразием аналитического материала, экономические индексы дают неточное или противоречивое индексное число, которое к тому же не корреспондирует с абсолютным приростом [4, с. 3]. По этим причинам данный метод часто подвергается справедливой критике и до сих пор не находил широкого применения в анализе.

Совместить индексный метод и метод факторного анализа никогда не удавалось, поскольку, во-первых, они имеют разное предназначение, а во-вторых, индексные наборы агрегатного индекса не разлагаются на факторы.

Подходы к проведению анализа с помощью факторных индексов представляются тем более сомнительными. Попытки проведения анализа с помощью факторных индексов обычно сводились к построению квази индексных конструкций, которые лишь внешне некоторым образом напоминали агрегатные алгоритмы. Обычно поступали так, из формулы «изымали» значки суммирования в числителе и знаменателе, а для «приглаживания» результата в расчет принимался лишь один вид продукции [77, 129]. Пример такого псевдо индексирования приведен ниже.

$$I_{\text{âï}} = \frac{\times\text{Ð}_{\text{ô}} \cdot \tilde{\text{A}}\hat{\text{A}}_{\text{ô}}}{\times\text{Ð}_{\text{ïë}} \cdot \tilde{\text{A}}\hat{\text{A}}_{\text{ïë}}} = \frac{1200 \cdot 200}{1000 \cdot 160} = \frac{240000}{160000} = 1{,}5\,;$$

$$I_{\div\text{ð}} = \frac{\times\text{Ð}_{\text{ô}} \cdot \tilde{\text{A}}\hat{\text{A}}_{\text{ïë}}}{\times\text{Ð}_{\text{ïë}} \cdot \tilde{\text{A}}\hat{\text{A}}_{\text{ïë}}} = \frac{1200 \cdot 160}{1000 \cdot 160} = \frac{192000}{160000} = 1{,}2\,;$$

$$I_{\text{ãâ}} = \frac{\times\text{Ð}_{\text{ô}} \cdot \tilde{\text{A}}\hat{\text{A}}_{\text{ô}}}{\times\text{Ð}_{\text{ô}} \cdot \tilde{\text{A}}\hat{\text{A}}_{\text{ïë}}} = \frac{1200 \cdot 200}{1200 \cdot 160} = \frac{240000}{192000} = 1{,}25;$$

$$I_{\text{âï}} = I_{\div\text{ð}} \cdot I_{\text{ãâ}} = 1{,}2 \cdot 1{,}25 = 1{,}5\,.$$

Как видим, формулы едва узнаваемы. Разумеется, такой подход нельзя признать корректным и строго научным, поскольку он является не более чем имитацией индексного метода.

Попытки совместить индексный метод с методом факторного анализа предпринимались неоднократно [143, 160], однако логического завершения не получили. Российский ученый Г. В. Ковалевский [77] высказался на эту тему вполне определенно: «Совершенно бесполезны факторные индексы…. они не позволяют судить о реальной роли факторов в формировании сложного явления. …такое положение объясняется несопоставимостью «факторных» индексов, поскольку они вычислены по отношению к разным базам сравнения, поэтому содержание каждого процента их прироста совершенно различно» [77, с. 118].

В ряде работ приводятся более сложные подходы к проведению факторного анализа в индексных системах [7], однако корректно и точно определить степень влияния факторов на результирующий показатель и в этом случае никогда не удавалось, поскольку индексные наборы агрегатного индекса коррелируют и не разлагаются на факторы. В связи с этим Шеремет А. Д. и другие авторы [142, 157], совершенно справедливо пришли к выводу, что «теория индексов не дает общего метода разложения абсолютных отклонений обобщающего показателя по факторам при числе факторов более двух…» [157, с. 62].

Таким образом, можно сделать вывод, что индексный метод и метод факторного анализа несовместимы. Между тем, названные методы все же могут удачно сочетаться и дополнять друг друга, если использовать детерминированный подход и факторные алгоритмы с вертикальной системой взвешивания. Разберем наиболее общую методику анализа экономических показателей с помощью факторных индексов.

Проведение анализа детерминированной факторной модели индексов осуществляется следующим образом.

1. По выбранному алгоритму рассчитывается индексное число.

2. Определяются абсолютные приросты и доля их влияния на динамику индекса.

3. Осуществляется классификация и систематизация факторов с целью обеспечения комплексного и системного подхода к исследованию их влияния на сравниваемые явления.

4. Рассчитывается влияние факторов и проводится оценка роли каждого из них на динамику изучаемого явления (на изменение величины результативного показателя).

5. И, наконец, индексная модель используется для управления экономическими процессами.

Исходя из обозначенной последовательности, на первом шаге анализа индексное число рассчитывается из взятого алгоритма (см. приложения 3, 4). Например, из простого

$$I_v = \sum \frac{v_1}{v_0} \cdot K_v = \frac{712{,}7}{487{,}5} \cdot 0{,}4587 + \frac{154{,}56}{143{,}64} \cdot 0{,}3376 + \frac{78{,}66}{121{,}2} \cdot 0{,}2036 =$$

$$= 0{,}6706 + 0{,}3633 + 0{,}1322 = 1{,}1661.$$

или факторного

$$I_V = \sum \frac{q_1 z_1 (1 + r_1)}{q_0 z_0 (1 + r_0)} \cdot Y_V = \frac{46 \cdot 12{,}1 \cdot 1{,}28}{39 \cdot 10 \cdot 1{,}25} \cdot 0{,}4587 +$$

$$+ \frac{23 \cdot 6 \cdot 1{,}12}{21 \cdot 6 \cdot 1{,}14} \cdot 0{,}3376 + \frac{7 \cdot 8{,}55 \cdot 1{,}31}{8 \cdot 12 \cdot 1{,}26} + 0{,}2036 =$$

$$= 0{,}6706 + 0{,}3633 + 0{,}1322 = 1{,}1661.$$

Темп роста стоимости продукции в 2012 г. в сравнении с 2011 г. составил 116,61%. Относительный прирост стоимости продукции равен 16,61%. Для большей наглядности запишем это алгебраически:

$$\Delta I_v = \sum \frac{v_1 - v_0}{v_0} \cdot K_v = \frac{712{,}7 - 487{,}5}{487{,}5} \cdot 0{,}4587 +$$

$$+ \frac{154{,}56 - 143{,}64}{143{,}64} \cdot 0{,}3376 + \frac{78{,}66 - 121{,}2}{121{,}2} \cdot 0{,}2036 =$$

$$= 0{,}4629 \cdot 0{,}4587 + 0{,}0760 \cdot 0{,}3376 - 0{,}3510 \cdot 0{,}2036 =$$

$$= 0{,}2122 + 0{,}0255 - 0{,}0714 = 0{,}1661.$$

Источник: разработка автора

На втором этапе анализа рассчитываем абсолютный прирост стоимости продукции в отчетном году по сравнению с базисным. Он определяется следующим образом:

$\Delta V = \sum (q_1 \cdot p_1) - (q_0 \cdot p_0)$.= (712,7 – 487,5) + (154,56 – 143,64) + (78,66 –121,2) = 193,58 млн. руб.

Продолжая анализ, определим вклад (удельный вес) каждого из видов продукции в общий прирост стоимости продукции по формуле:

$$\Delta I_V = \frac{\Delta I v_i}{\sum \left| \Delta I v_i \right|} \cdot 100\% . \qquad (5.1)$$

Источник: разработка автора

Полученные коэффициенты покажут, какое влияние на динамику индекса оказал прирост (сокращение) стоимости по видам продукции

$$\sum \left| \Delta I v_i \right| = 0{,}2122 + 0{,}0255 + (-0{,}0714) = 0{,}3091 .$$

Шерстяные ткани $\dfrac{0{,}2122}{0{,}3091} = 0{,}6865$ или +68,65%,

Шелковые ткани $\dfrac{0{,}0255}{0{,}3091} = 0{,}0825$ или +8,25%,

Синтетические ткани $\dfrac{-0{,}0714}{0{,}3091} = -0{,}2310$ или –23,1%.

Таким образом, прирост стоимости продукции на 16,61% или 193,58 млн. руб. сложился в связи с абсолютным приростом по двум видам продукции (шерстяным и шелковым тканям) на 235,94 млн. руб. (225,2+10,92) и сокращением по третьему – синтетическим тканям на -42,54 млн. руб. Наибольшее влияние на динамику индекса оказал прирост производства по шерстяным тканям, составивший +68,65% всей величины и сокращение стоимости синтетических тканей на -23,1%.

Как мы знаем, результативные показатели могут быть разложены на составные элементы (факторы) различными способами и представлены в виде различных типов детерминированных моделей. Выбор способа моделирования зависит от объекта исследования, поставленной цели, а также от профессиональных знаний и навыков исследователя.

Для дальнейшего анализа можно использовать различные методы: расчетной системы, цепной подстановки, абсолютных, относительных и процентных разниц. Данные методы можно применять для расчета влияния факторов в большинстве детерминированных факторных моделей, а индексы представляют собой смешанную (комбинированную) систему, включающую аддитивную, мультипликативную и кратную модели.

Способ построения расчетной системы

Для правильного применения данного метода вначале строим схему расчета, постепенно переходя от базисной к отчетной стоимости продукции

$$V_0 \longrightarrow V_q \longrightarrow V_z \longrightarrow V_r \longrightarrow V_1$$

Руководствуясь этой схемой, рассчитываем систему цепных показателей:

$$V_q = \sum V_0 \cdot \frac{q_1}{q_0} = 487{,}5 \cdot \frac{12{,}1}{10} + 143{,}64 \cdot \frac{6}{6} + 121{,}2 \cdot \frac{8{,}55}{12} = $$
$$= 589{,}875 + 143{,}64 + 86{,}355 = 819{,}87 \text{ млн. руб.};$$

$$V_z = \sum V_0 \cdot \frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{z_1}{z_0} = 487{,}5 \cdot \frac{12{,}1}{10} \cdot \frac{46}{39} + 143{,}64 \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{23}{21} + ;$$

$$+121{,}2 \cdot \frac{8{,}55}{12} \cdot \frac{7}{8} = 928{,}48 \text{ ìëí . ðóá.}$$

$$V_1 = \sum V_0 \cdot \frac{q_1}{q_0} \cdot \frac{z_1}{z_0} \cdot \frac{r_1}{r_0} = 487,5 \cdot \frac{12,1}{10} \cdot \frac{46}{39} \cdot \frac{1,28}{1,25} +$$

$$+ 143,64 \cdot \frac{6}{6} \cdot \frac{23}{21} \cdot \frac{1,12}{1,14} + 121,2 \cdot \frac{8,55}{12} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{1,31}{1,26} = 945,92 \text{ млн. руб.}$$

Стоимость продукции увеличилась с 752,34 млн. руб. до 945,92 млн. руб. т.е. на 193,58 млн. руб. (945,92-752,34).

Определяем влияние факторов.

- рост выпуска продукции в натуральном выражении

$$\Delta v_q = v_q - v_0 = 819,87 - 752,34 = 67,53 \text{ ìëí . ðóá.};$$

- увеличение затрат

$$\Delta v_z = v_z - v_q = 928,48 - 819,87 = 108,61 \text{ìëí . ðóá.};$$

- увеличение рентабельности

$$\Delta v_r = v_1 - v_z = 945,92 - 928,48 = 17,44 \text{ìëí . ðóá.}$$

Общее влияние факторов составило

$$\Delta v = v_1 - v_0 = 945,92 - 752,34 = 193,58 \text{ìëí . ðóá.}$$

Способ цепной подстановки.

Он позволяет определить влияние отдельных факторов на изменение величины результативного показателя путем постепенной замены базисной величины каждого факторного показателя в объеме результативного показателя на фактическую в отчетном периоде. С этой целью определяют ряд условных величин результативного показателя, которые учитывают изменение одного, затем двух, трех и т.д. факторов, допуская, что остальные не меняются. Сравнение величины результативного показателя до и после изменения уровня определенного фактора позволяет элиминироваться от влияния всех факторов, кроме одного, и определить воздействие последнего на прирост результативного показателя.

Поскольку стоимость (V) зависит от двух основных факторов первого уровня: объема продукции и цены, получаем двухфакторную мультипликативную модель: $v = q \cdot p$.

Алгоритм расчета способом цепной подстановки для этой модели (см. прил. 4):

$$v_0 = \sum q_0 \cdot p_0 = 10 \cdot 48{,}75 + 6 \cdot 23{,}94 + 12 \cdot 10{,}1 =$$
$$= 487{,}5 + 143{,}64 + 121{,}2 = 752{,}34 \ \text{млн.руб.}$$

$$v_{усл} = \sum q_1 \cdot p_0 = 12{,}1 \cdot 48{,}75 + 6 \cdot 23{,}94 + 8{,}55 \cdot 10{,}1 =$$
$$= 589{,}87 + 143{,}64 + 86{,}36 = 819{,}87 \ \text{млн.руб.}$$

$$v_1 = \sum q_1 \cdot p_1 = 12{,}1 \cdot 58{,}9 + 6 \cdot 25{,}76 + 8{,}55 \cdot 9{,}2 =$$
$$712{,}7 + 154{,}36 + 78{,}66 = 945{,}92 \ \text{млн.руб.}$$

Значит, за счет увеличения выпуска продукции в натуральном выражении стоимость выросла на 67,53 млн. руб. (819,87 – 752,34). За счет повышения цен стоимость увеличилась на 126,05 млн. руб. (945,92 – 819,87). Общее увеличение стоимости составило 193,58 млн. руб. (67,53+126,05).

Если требуется расширить анализ и определить как повлияли на цены изменение затрат на единицу продукции и рентабельность, то рассчитываем дополнительные условные показатели (см. прил. 4):

$$v_0 = \sum q_0 \cdot z_0(1 + r_0) = 10 \cdot 39 \cdot 1{,}25 + 6 \cdot 21 \cdot 1{,}14 + 12 \cdot 8 \cdot 1{,}26 =$$
$$= 752{,}34 \ \text{млн. руб.};$$

$$v_{усл.1} = \sum q_1 \cdot z_0(1 + r_0) = 12{,}1 \cdot 39 \cdot 1{,}25 + 6 \cdot 21 \cdot 1{,}14 + 8{,}55 \cdot 8 \cdot 1{,}26 =$$
$$= 819{,}87 \ \text{млн. руб.};$$

$$v_{усл.2} = \sum q_1 \cdot z_1(1 + r_0) = 12{,}1 \cdot 46 \cdot 1{,}25 + 6 \cdot 23 \cdot 1{,}14 + 8{,}55 \cdot 7 \cdot 1{,}26 =$$
$$= 695{,}75 + 157{,}32 + 75{,}41 = 928{,}48 \ \text{млн. руб.};$$

$$v_1 = \sum q_1 \cdot z_1(1 + r_1) = 12{,}1 \cdot 46 \cdot 1{,}28 + 6 \cdot 23 \cdot 1{,}12 + 8{,}55 \cdot 7 \cdot 1{,}31 =$$
$$= 945{,}92 \ \text{млн. руб.}.$$

Стоимость продукции увеличилась на 193,58 млн. руб. (945,92-752,34), в том числе за счет изменения:

- выпуска продукции в натуральном выражении $\Delta v_q = v_{\text{óñë.1}} - v_0 = 819{,}87 - 752{,}34 = 67{,}53 \ \text{ìëí . ðóá.};$
- затрат на единицу продукции $\Delta v_z = v_{\text{óñë.2}} - v_{\text{óñë.1}} = 928{,}48 - 819{,}87 = 108{,}61 \ \text{ìëí . ðóá.};$

- рентабельности продукции

$\Delta v_r = v_1 - v_{óñë.2} = 945{,}92 - 928{,}48 = 17{,}44$ ìëí . ðóá.

Суммарное влияние факторов составило 193,58 млн. руб. (67,53 + 108,61 + 17,44).

Способ абсолютных разниц

Его целесообразно использовать для расчета сложных индексных моделей. Величина влияния факторов рассчитывается умножением абсолютного прироста исследуемого фактора на базовую величину факторов, которые находятся справа от него, и на фактическую величину факторов, расположенных слева от него в модели.

Рассмотрим алгоритм расчета для мультипликативной факторной модели типа $Y = a \cdot b \cdot c$. Имеются базовые и фактические значения по каждому факторному показателю, а также их абсолютные отклонения;

$$\Delta a = a_1 - a_0 \tag{5.2}$$

$$\Delta b = b_1 - b_0 \tag{5.3}$$

$$\Delta c = c_1 - c_0 \tag{5.4}$$

Определяем изменение величины результативного показателя за счет каждого фактора:

$$\Delta Y_a = \Delta a \cdot b_0 \cdot c_0 \tag{5.5}$$

$$\Delta Y_b = a_1 \cdot \Delta b \cdot c_0 \tag{5.6}$$

$$\Delta Y_c = a_1 \cdot b_1 \cdot \Delta c \tag{5.7}$$

Как видно из приведенной схемы, расчет строится на последовательной замене базовых значений факторных показателей на их отклонения, а затем на фактический уровень этих показателей.

Для трехфакторной мультипликативной модели изменение стоимости продукции составит:

- за счет роста выпуска продукции в натуральном выражении

$$\Delta v_q = \sum (q_1 - q_0) \cdot z_0 (1 + r_0) = (12{,}1 - 10) \cdot 39 \cdot 1{,}25 + (6 - 6) \cdot 21 \cdot 1{,}14 +$$
$$+ (8{,}55 - 12) \cdot 8 \cdot 1{,}26 = 102{,}4 + (-34{,}87) = 67{,}53 \text{ млн. руб.}$$

- за счет увеличения затрат

$$\Delta v_z = \sum q_1(z_1 - z_0) \cdot (1 + r_0) = 12{,}1 \cdot (46 - 39) \cdot 1{,}25 + 6 \cdot (23 - 21) \cdot 1{,}14 + $$
$$+ 8{,}55 \cdot (7 - 8) \cdot 1{,}26 = 105{,}8 + 13{,}65 - 10{,}84 = 108{,}61 \text{ млн. руб.}$$

- за счет увеличения рентабельности

$$\Delta v_r = \sum q_1 z_1((1 + r_1) \cdot (1 + r_0) = 12{,}1 \cdot 46 \cdot (1{,}28 - 1{,}25) + 6 \cdot 23 \cdot (1{,}12 - 1{,}14) +$$
$$+ 8{,}55 \cdot 7 \cdot (1{,}31 - 1{,}26) = 16{,}8 + (-2{,}46) + 3{,}1 = 17{,}44 \text{ млн. руб.}$$

Всего + 193,58 млн. руб.

Способ относительных разниц

Для мультипликативной модели типа $Y = a \cdot b \cdot c$ изменение результативного показателя определяется следующим образом:

$$\Delta Y_a = Y_0 \cdot \frac{\Delta a}{a_0}; \tag{5.8}$$

$$\Delta Y_b = (Y_0 + \Delta Y_a) \cdot \frac{\Delta b}{b_0}; \tag{5.9}$$

$$\Delta Y_c = (Y_0 + \Delta Y_a + \Delta Y_b) \cdot \frac{\Delta c}{c_0}. \tag{5.10}$$

Изменение стоимости продукции составит:

- за счет роста выпуска продукции в натуральном выражении

$$\Delta v_q = \sum v_0 \cdot \frac{(q_1 - q_0)}{q_0} = 487{,}5 \cdot \frac{(12{,}1 - 10)}{10} + 143{,}64 \cdot \frac{(6 - 6)}{6} +$$
$$+ 121{,}2 \cdot \frac{(8{,}55 - 12)}{12} = 102{,}4 + (-34{,}87) = 67{,}53 \text{ млн. руб;}$$

- за счет увеличения затрат

$$\Delta v_z = \sum (v_0 + \Delta v_q) \cdot \frac{(z_1 - z_0)}{z_0} = (487{,}5 + 102{,}4) \cdot \frac{(46 - 39)}{39} +$$
$$+ 143{,}64 \cdot \frac{(23 - 21)}{21} + (121{,}2 - 34{,}87) \cdot \frac{(7 - 8)}{8} = 105{,}8 + 13{,}65 - 10{,}84 =$$
$$= 108{,}61 \text{ млн. руб;;}$$

- за счет увеличения рентабельности

$$\Delta v_r = \sum (v_0 + \Delta v_q + \Delta v_z) \cdot \frac{(1+r_1)-(1+r_0)}{(1+r_0)} = (487{,}5 + 102{,}4 + 105{,}8) \cdot$$
$$\cdot \frac{(1{,}28-1{,}25)}{1{,}25} + (143{,}64 + 13{,}65) \cdot \frac{(1{,}12-1{,}14)}{1{,}14} + (121{,}2 - 34{,}87 - 10{,}84) \cdot$$
$$\cdot \frac{(1{,}31-1{,}26)}{1{,}26} = 16{,}8 + (-2{,}46) + 3{,}1 = 17{,}44 \text{ млн. руб.}$$

Общее увеличение стоимости продукции равно суммарному влиянию факторов + 193,58 млн. руб. (67,53 + 108,61 + 17,44).

Способ относительных разниц удобен в тех случаях, когда требуется рассчитать влияние четырех и более факторов. В отличие от способа цепных подстановок и способа абсолютных разниц значительно сокращается объем вычислений.

Прием процентных разниц

На стоимость продукции повлияли три фактора:

- увеличение выпуска продукции в натуральном выражении

$$\Delta v_q = \sum v_0 (\frac{q_1}{q_0} - 1) = 487{,}5 \cdot (\frac{12{,}1}{10} - 1) + 143{,}64 \cdot (\frac{6}{6} - 1) +$$
$$+ 121{,}2 \cdot (\frac{8{,}55}{12} - 1) = 102{,}4 + (-34{,}87) = 67{,}53 \text{ млн. руб};$$

- рост затрат

$$\Delta v_z = \sum v_0 (\frac{z_1\, q_1}{z_0\, q_0} - \frac{q_1}{q_0}) = 487{,}5 \cdot (\frac{46 \cdot 12{,}1}{39 \cdot 10} - \frac{12{,}1}{10}) + 143{,}64 \cdot$$
$$\cdot (\frac{23 \cdot 6}{21 \cdot 6} - \frac{6}{6}) + 121{,}2 \cdot (\frac{7 \cdot 8{,}55}{8 \cdot 12} - \frac{8{,}55}{12}) = 105{,}8 + 13{,}65 - 10{,}84 =$$
$$= 108{,}61 \text{ млн. руб};$$

- увеличение рентабельности

$$\Delta v_r = \sum v_0 (\frac{z_1 \cdot (1+r_1)}{z_0 \cdot (1+r_0)} - \frac{z_1}{z_0}) = 487{,}5 \cdot (\frac{46 \cdot 1{,}28}{39 \cdot 1{,}25} - \frac{46}{39}) + 143{,}64 \cdot$$
$$\cdot (\frac{23 \cdot 1{,}12}{21 \cdot 1{,}14} - \frac{23}{21}) + 121{,}2 \cdot (\frac{7 \cdot 1{,}31}{8 \cdot 1{,}26} - \frac{7}{8}) = 16{,}8 + (-2{,}46) + 3{,}1 =$$
$$= 17{,}44 \text{ млн. руб.}$$

Суммарное влияние факторов составит + 193,58 млн. руб. (67,53 + 108,61 + 17,44).

Преимуществом этого способа является то, что не обязательно рассчитывать уровень факторных показателей, достаточно иметь данные о темпах роста показателей в процентах. Недостаток – накапливается погрешность, за счет округлений.

Таким образом, способ расчетной системы, цепной подстановки, абсолютных и относительных разниц, а также прием процентных разниц, дают одинаковые результаты и прекрасно вписываются в индексную концепцию. В связи с этим возникает задача выбора оптимального варианта, т.е. такого, который потребовал бы минимальной вычислительной работы и был доступен для широкого круга экономистов. Таким способом является прием расчетных систем. Он выгодно отличается от других способов своим универсальным характером. Дело в том, что другой весьма экономичный способ – метод цепных подстановок, нельзя использовать ни для анализа относительных величин, ни для исследования влияния факторов, связанных как суммы. Иначе говоря, он непригоден для анализа большинства экономических показателей: выработки работников, трудоемкости единицы продукции, рентабельности, фондоотдачи и др.

Последний этап индексного анализа – практическое использование индексной модели для планирования и прогнозирования динамики развития явления, а также управления экономическими процессами. Здесь могут быть рассчитаны резервы прироста результативного показателя.

5.2. Методика индексного анализа в перерабатывающей промышленности АПК

Раскроем основные элементы методики проведения факторного анализа в промышленности с помощью факторных индексов прибыли, стоимости продукции и рентабельности реализованной продукции.

Факторный алгоритм прибыли на единицу продукции имеет вид (см. параграф 4.3):

$$I_b = \sum \frac{z_1 r_1}{z_0 r_0} \cdot Y_b, \qquad (5.11)$$

где

r – рентабельность продукции;

Y_R – удельный вес каждого элемента $\frac{z_1 r_1}{z_0 r_0}$ в сумме $\frac{z_1 r_1}{z_0 r_0}$.

Факторный индекс общей прибыли имеет вид:

$$I_B = \sum \frac{(z_1 r_1) q_1}{(z_0 r_0) q_0} \cdot Y_B, \qquad (5.12)$$

где

Y_B – удельный вес каждого элемента $\frac{(z_1 r_1) q_1}{(z_0 r_0) q_0}$ в сумме $\frac{(z_1 r_1) q_1}{(z_0 r_0) q_0}$.

или

$$I_B = \sum \frac{(z_1 r_1) \cdot (l_1 t_1)}{(z_0 r_0) \cdot (l_0 t_0)} \cdot Y_B. \qquad (5.13)$$

Возьмем данные о производстве некоторых видов продукции (см. прил. 4) и рассчитаем факторный индекс прибыли. Сумма индексируемых соотношений прибыли от призводства шерстяных, шелковых и синтетических тканей последующего 2011 г. и предыдущего 2010 г равна:

$$I_b = \frac{97,5}{97,2} + \frac{17,64}{18,0} + \frac{25,2}{20,0} = 1,0031 + 0,98 + 1,26 = 3,2431$$

Рассчитываем удельный вес каждого из соотношений:

Y_{b1} = 1,0031 : 3,2431 = 0,3093;

Y_{b2} = 0,98 : 3,2431 = 0,3022;

Y_{b3} = 1,26 : 3,2431 = 0,3885, тогда

$$I_b = 1,0031 \cdot 0,3093 + 0,98 \cdot 0,3022 + 1,26 \cdot 0,3885 = 0,3103 + 0,2962 + \\ + 0,4896 = 1,0961.$$

То есть прибыль в анализируемом периоде выросла на 9,61%.

Определим влияние факторов на прибыль *способом построения расчетной системы.* Для правильного применения данного метода вначале строим схему расчета, постепенно переходя от базисной к отчетной прибыли.

$$B_0 \longrightarrow B_z \longrightarrow B_r \longrightarrow B_q \longrightarrow B_1$$

Затем рассчитываем систему цепных показателей:

$$B_z = \sum B_0 \cdot \frac{z_1}{z_0} = 97{,}2 \cdot \frac{39}{36} + 18{,}0 \cdot \frac{21}{20} + 20{,}0 \cdot \frac{8}{7{,}8} = 105{,}3 + 18{,}9 + 20{,}5 = ;$$

$$= 144{,}7 \text{ ìëí . ðóá.}$$

$$B_R = \sum B_0 \cdot \frac{z_1 r_1}{z_0 r_0} = 97{,}2 \cdot \frac{39}{36} \cdot \frac{0{,}25}{0{,}3} + 18{,}0 \cdot \frac{21}{20} \cdot \frac{0{,}14}{0{,}15} + 20{,}0 \cdot \frac{8}{7{,}8} \cdot \frac{0{,}26}{0{,}32} = 87{,}75 +$$

$$+ 17{,}64 + 16{,}66 = 122{,}05 \text{ ìëí . ðóá.}$$

$$B_q = \sum B_0 \cdot \frac{z_1 r_1 q_1}{z_0 r_0 q_0} = 97{,}2 \cdot \frac{39}{36} \cdot \frac{0{,}25}{0{,}3} \cdot \frac{10}{9} + 18{,}0 \cdot \frac{21}{20} \cdot \frac{0{,}14}{0{,}15} \cdot \frac{6}{6} +$$

$$+ 20{,}0 \cdot \frac{8}{7{,}8} \cdot \frac{0{,}26}{0{,}32} \cdot \frac{12}{8} = 97{,}7 + 17{,}64 + 25{,}0 = 140{,}34 \text{ ìëí . ðóá.}$$

Прибыль увеличилась с 135,2 млн. руб. в 2010 г., до 140,34 млн. руб. в 2011 г. т.е. на 5,14 млн. руб. (140,34 – 135,2).

Определяем влияние факторов.

- изменение затрат

$$\Delta B_z = B_z - B_0 = 144{,}7 - 135{,}2 = 9{,}5 \text{ ìëí . ðóá.};$$

- изменение рентабельности

$$\Delta B_R = B_R - B_z = 122{,}05 - 144{,}7 = -22{,}65 \text{ ìëí . ðóá.};$$

- изменение объема продукции

$$\Delta B_q = B_q - B_R = 140{,}34 - 122{,}05 = 18{,}29 \text{ ìëí . ðóá..}$$

Общее влияние факторов составило

$$\Delta B = B_1 - B_0 = 140{,}34 - 135{,}2 = 5{,}14 \text{ ìëí . ðóá..}$$

Суммарное влияние факторов составило 5,14 млн. руб. (9,5 + (-22,65) + 18,29). Наибольшее влияние на увеличение прибыли оказало увеличение выпуска продукции в натуральном выражении (+18,29 млн. руб.). На сокращение прибыли повлияло уменьшение рентабельности (-22,65 млн. руб.).

Стоимость продукции можно представить в виде произведения двух факторов первого порядка: объема продукции и цены. Каждый из них в свою очередь зависит от факторов второго порядка. Цена определяется затратами на единицу продукции и рентабельностью. Объем продукции зависит от численности рабочих и средней выработки продукции одним рабочим за период. Названные факторы могут быть также разложены на более простые (см. рис. 4.1).

Факторный индекс стоимости имеет вид:

$$I_V = \sum \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} \cdot Y_V . \qquad (5.14)$$

Формула факторного индекса стоимости может быть представлена более подробно, если цену разложить на факторы:

$$I_V = \sum \frac{q_1 z_1 (1 + r_1)}{q_0 z_0 (1 + r_0)} \cdot Y_V . \qquad (5.15)$$

Более детализированной вид алгоритм примет, если объем продукции в натуральном выражении разбить на взаимосвязанные факторы:

$$I_V = \sum \frac{z_1 (1 + r_1) \cdot (l_1 t_1)}{z_0 (1 + r_0) \cdot (l_0 t_0)} \cdot Y_V . \qquad (5.16)$$

Дальнейшее разложение приводит к факторному индексу стоимости, включающему шесть взаимосвязанных факторов

$$I_v = \sum \frac{(l_1 a_1 d_1 c_1) \cdot z_1 (1 + r_1)}{(l_0 a_0 d_0 c_0) \cdot z_0 (1 + r_0)} \cdot Y_v , \qquad (5.17)$$

где

a – среднее число дней, отработанных на одного рабочего;

d – средняя продолжительность рабочего дня, в часах;

c – среднечасовая выработка на одного рабочего.

По данным приложения 4 рассчитаем факторный индекс стоимости продукции. Сумма индексируемых соотношений стоимости шерстяных, шелковых и синтетических тканей последующего 2011г. и предыдущего 2010г. равна:

$$\frac{10\cdot 223{,}8\cdot 7{,}55\cdot 0{,}592\cdot 39\cdot 1{,}25}{10\cdot 223{,}2\cdot 7{,}6\cdot 0{,}531\cdot 36\cdot 1{,}3}+\frac{21\cdot 225\cdot 7{,}5\cdot 0{,}169\cdot 21\cdot 1{,}14}{20\cdot 224\cdot 7{,}55\cdot 0{,}177\cdot 20\cdot 1{,}15}+$$

$$+\frac{12\cdot 223{,}9\cdot 7{,}6\cdot 0{,}588\cdot 8\cdot 1{,}26}{10\cdot 224\cdot 7{,}7\cdot 0{,}464\cdot 7{,}8\cdot 1{,}32}=1{,}1574+1{,}0409+1{,}4709=3{,}6692.$$

Определяем удельный вес каждого из соотношений:

Y_{V_1} = 1,1574 : 3,6692 = 0,3154;

Y_{V_2} = 1,0409 : 3,6692 = 0,2837;

Y_{V_3} = 1,4709 : 3,6692 = 0,4009, тогда получим

$$I_V=\frac{10\cdot 223{,}8\cdot 7{,}55\cdot 0{,}592\cdot 39\cdot 1{,}25}{10\cdot 223{,}2\cdot 7{,}6\cdot 0{,}531\cdot 36\cdot 1{,}3}\cdot 0{,}3154+\frac{21\cdot 225\cdot 7{,}5\cdot 0{,}169\cdot 21\cdot 1{,}14}{20\cdot 224\cdot 7{,}55\cdot 0{,}177\cdot 20\cdot 1{,}15}\cdot$$

$$\cdot 0{,}2837+\frac{12\cdot 223{,}9\cdot 7{,}6\cdot 0{,}588\cdot 8\cdot 1{,}26}{10\cdot 224\cdot 7{,}7\cdot 0{,}464\cdot 7{,}8\cdot 1{,}32}\cdot 0{,}4009=$$

$$=1{,}1574\cdot 0{,}3154+1{,}0409\cdot 0{,}2837+1{,}4709\cdot 0{,}4009=1{,}2500.$$

Из расчета следует, что стоимость продукции выросла на 25,0%.

Строим расчетную систему.

$$V_0 \longrightarrow V_l \longrightarrow V_a \longrightarrow V_d \longrightarrow V_c \longrightarrow V_z \longrightarrow V_r \longrightarrow V_1$$

Затем рассчитываем систему цепных показателей:

$$V_l=\sum V_0\cdot\frac{l_1}{l_0}=487{,}5\cdot\frac{11}{10}+143{,}64\cdot\frac{22}{21}+121{,}2\cdot\frac{9}{12}=536{,}25+150{,}5+90{,}9=;$$

$$=777{,}65\text{ìëí . ðóá.}$$

$$V_a=\sum V_0\cdot\frac{l_1}{l_0}\cdot\frac{a_1}{a_0}=487{,}5\cdot\frac{11}{10}\cdot\frac{223{,}6}{223{,}8}+143{,}64\cdot\frac{22}{21}\cdot\frac{223{,}5}{225}+121{,}2\cdot\frac{9}{12}\cdot\frac{224{,}5}{223{,}9}=;$$

$$=776{,}41\text{ìëí . ðóá.}$$

$$V_d = \sum V_0 \cdot \frac{l_1}{l_0} \cdot \frac{a_1}{a_0} \cdot \frac{d_1}{d_0} = 487{,}5 \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{223{,}6}{223{,}8} \cdot \frac{7{,}56}{7{,}55} + 143{,}64 \cdot \frac{22}{21} \cdot \frac{223{,}5}{225} \cdot \frac{7{,}5}{7{,}5} + 121{,}2 \cdot \frac{9}{12} \cdot \frac{224{,}5}{223{,}9} \cdot \frac{7{,}6}{7{,}6} = 776{,}5\text{ìëí . ðóá.}$$

$$V_c = \sum V_0 \cdot \frac{l_1}{l_0} \cdot \frac{a_1}{a_0} \cdot \frac{d_1}{d_0} \cdot \frac{c_1}{c_0} = 487{,}5 \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{223{,}6}{223{,}8} \cdot \frac{7{,}56}{7{,}55} \cdot \frac{0{,}651}{0{,}592} + 143{,}64 \cdot \frac{22}{21} \cdot \frac{223{,}5}{225} \cdot \frac{7{,}5}{7{,}5} \cdot \frac{0{,}163}{0{,}169} + 121{,}2 \cdot \frac{9}{12} \cdot \frac{224{,}5}{223{,}9} \cdot \frac{7{,}6}{7{,}6} \cdot \frac{0{,}556}{0{,}588} = 819{,}87\text{ìëí . ðóá.}$$

$$V_z = \sum V_0 \cdot \frac{l_1}{l_0} \cdot \frac{a_1}{a_0} \cdot \frac{d_1}{d_0} \cdot \frac{c_1}{c_0} \cdot \frac{z_1}{z_0} = 487{,}5 \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{223{,}6}{223{,}8} \cdot \frac{7{,}56}{7{,}55} \cdot \frac{0{,}651}{0{,}592} \cdot \frac{46}{39} + 143{,}64 \cdot \frac{22}{21} \cdot \frac{223{,}5}{225} \cdot \frac{7{,}5}{7{,}5} \cdot \frac{0{,}163}{0{,}169} \cdot \frac{23}{21} + 121{,}2 \cdot \frac{9}{12} \cdot \frac{224{,}5}{223{,}9} \cdot \frac{7{,}6}{7{,}6} \cdot \frac{0{,}556}{0{,}588} \cdot \frac{7}{8} = 928{,}48\text{ìëí . ðóá.}$$

$$V_1 = \sum V_0 \cdot \frac{l_1}{l_0} \cdot \frac{a_1}{a_0} \cdot \frac{d_1}{d_0} \cdot \frac{c_1}{c_0} \cdot \frac{z_1}{z_0} \cdot \frac{r_1}{r_0} = 487{,}5 \cdot \frac{11}{10} \cdot \frac{223{,}6}{223{,}8} \cdot \frac{7{,}56}{7{,}55} \cdot \frac{0{,}651}{0{,}592} \cdot \frac{46}{39} \cdot \frac{1{,}28}{1{,}25} + 143{,}64 \cdot \frac{22}{21} \cdot \frac{223{,}5}{225} \cdot \frac{7{,}5}{7{,}5} \cdot \frac{0{,}163}{0{,}169} \cdot \frac{23}{21} \cdot \frac{1{,}12}{1{,}14} + 121{,}2 \cdot \frac{9}{12} \cdot \frac{224{,}5}{223{,}9} \cdot \frac{7{,}6}{7{,}6} \cdot \frac{0{,}556}{0{,}588} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{1{,}31}{1{,}26} = 945{,}92\text{ìëí . ðóá.}$$

Стоимость продукции увеличилась с 752,34 млн. руб. до 945,92 млн. руб. т.е. на 193,58 млн. руб. (945,92-752,34).

Определяем влияние факторов.

- изменение численности работников

$$\Delta v_l = v_l - v_0 = 777{,}65 - 752{,}34 = 25{,}31\text{ìëí . ðóá.};$$

- изменение среднего числа дней, отработанных на одного рабочего

$$\Delta v_a = v_a - v_l = 776{,}2 - 777{,}65 = -1{,}45\text{ìëí . ðóá.};$$

- изменение средней продолжительности рабочего дня

$$\Delta v_d = v_d - v_a = 776{,}9 - 776{,}2 = 0{,}7\text{ìëí . ðóá.}.$$

• изменение средней часовой выработки на одного рабочего

$\Delta v_{ñ} = v_c - v_d = 819{,}87 - 776{,}9 = 42{,}97$ìëí . ðóá..

• изменение затрат

$\Delta v_z = v_z - v_c = 928{,}48 - 819{,}87 = 108{,}61$ìëí . ðóá..

• изменение рентабельности

$\Delta v_r = v_1 - v_z = 945{,}92 - 928{,}48 = 17{,}44$ìëí . ðóá..

Общее влияние факторов составило

$\Delta v = v_1 - v_0 = 945{,}92 - 752{,}34 = 193{,}58$ìëí . ðóá..

Суммарное влияние факторов составило 193,58 млн. руб. (25,31+(-1,45)+0,7+42,97+108,61+17,44). Таким образом, наибольшее влияние на увеличение стоимости продукции оказало увеличение затрат (+108,61 млн. руб.) и повышение средней часовой выработки на одного рабочего (+42,97 млн. руб.).

Рентабельность реализованной продукции (R_V) можно представить в виде частного двух факторов: прибыли (B) и выручки от реализации (V) данного вида продукции. Каждый из них можно разложить с помощью других факторов. Прибыль определяется затратами на единицу продукции (z) и рентабельностью (r). Выручку от реализации продукции можно представить в виде произведения объема продукции (q) и цены (p). Цена в свою очередь определяется затратами на единицу продукции и рентабельностью. Объем продукции зависит от численности рабочих (l) и средней выработки продукции одним рабочим за период (g). Названные факторы могут быть также разложены на более простые.

Изложенные взаимосвязи представим алгебраически:

$R_V = \dfrac{z \cdot r}{q \cdot p}$ и $R_V = \dfrac{z \cdot r}{l \cdot t \cdot p}$ или $R_V = \dfrac{z \cdot r}{l \cdot t \cdot z(1+r)}$, а также

$$R_V = \frac{z \cdot r}{(l \cdot a \cdot d \cdot c) \cdot z(1+r)} \qquad (5.18)$$

Источник: разработка автора

Тогда факторный индекс рентабельности реализованной продукции примет вид:

$$I_{R_V} = \sum \frac{\dfrac{z_1 r_1}{q_1 p_1}}{\dfrac{z_0 r_0}{q_0 p_0}} \cdot Y_{R_V}. \qquad (5.19)$$

Источник: разработка автора

Формула факторного индекса может быть представлена более подробно, если объем продукции разложить на факторы:

$$I_{R_V} = \sum \frac{\dfrac{z_1 r_1}{l_1 t_1 p_1}}{\dfrac{z_0 r_0}{l_0 t_0 p_0}} \cdot Y_{R_V}. \qquad (5.20)$$

Источник: разработка автора

Более детализированной вид алгоритм примет, если цену разбить на взаимосвязанные факторы:

$$I_{R_V} = \sum \frac{\dfrac{z_1 r_1}{l_1 t_1 z_1 (1 + r_1)}}{\dfrac{z_0 r_0}{l_0 t_0 z_0 (1 + r_0)}} \cdot Y_{R_V}. \qquad (5.21)$$

Источник: разработка автора

Дальнейшее разложение приводит к факторному индексу рентабельности реализованной продукции, включающему семь взаимосвязанных факторов

$$I_{R_V} = \sum \frac{\dfrac{z_1 r_1}{(l_1 a_1 d_1 c_1) \cdot z_1 (1 + r_1)}}{\dfrac{z_0 r_0}{(l_0 a_0 d_0 c_0) \cdot z_0 (1 + r_0)}} \cdot Y_{R_V}, \qquad (5.22)$$

Источник: разработка автора

где

t – среднегодовая выработка на одного рабочего.

Возьмем данные о производстве некоторых видов продукции (см. прил. 4) и рассчитаем факторный индекс рентабельности реализованной продукции. Сумма индексируемых соотношений рентабельности шерстяных, шелковых и синтетических тканей последующего 2011 г. и предыдущего 2010 г. равна:

$$I_{R_V} = \frac{\dfrac{39{,}0 \cdot 25{,}0}{10 \cdot 223{,}8 \cdot 7{,}55 \cdot 0{,}592}}{\dfrac{36{,}0 \cdot 30{,}0}{10 \cdot 223{,}2 \cdot 7{,}6 \cdot 0{,}531}} + \frac{\dfrac{21{,}0 \cdot 14{,}0}{21 \cdot 225{,}0 \cdot 7{,}5 \cdot 0{,}169}}{\dfrac{20{,}0 \cdot 15{,}0}{20 \cdot 224{,}0 \cdot 7{,}55 \cdot 0{,}177}} + \frac{\dfrac{8{,}0 \cdot 26{,}0}{12 \cdot 223{,}9 \cdot 7{,}6 \cdot 0{,}588}}{\dfrac{7{,}8 \cdot 32{,}0}{10 \cdot 224{,}0 \cdot 7{,}7 \cdot 0{,}464}} =$$

$$= \frac{\dfrac{975}{487{,}5}}{\dfrac{1080}{421{,}2}} + \frac{\dfrac{294}{143{,}64}}{\dfrac{300}{138{,}0}} + \frac{\dfrac{208}{121{,}2}}{\dfrac{249{,}6}{82{,}4}} = \frac{2{,}0}{2{,}5} + \frac{2{,}077}{2{,}174} + \frac{1{,}716}{3{,}03} = 0{,}8 + 0{,}955 + 0{,}566 = 2{,}321.$$

Находим удельный вес каждого из соотношений:

$Y_{RV1} = 0{,}8 : 2{,}321 = 0{,}345;$

$Y_{RV2} = 0{,}955 : 2{,}321 = 0{,}411;$

$Y_{RV3} = 0{,}566 : 2{,}321 = 0{,}244$, тогда

$$Y_{RV} = 0{,}8 \cdot 0{,}345 + 0{,}955 \cdot 0{,}411 + 0{,}566 \cdot 0{,}244 = 0{,}276 + 0{,}392 + 0{,}138 =$$
$$= 0{,}806.$$

Из расчета следует, что рентабельность продукции за анализируемый период сократилась в среднем на 19,4% (100 – 80,6).

Как отмечалось в параграфе 4.4, взаимосвязанные индексы не делят друг на друга, поскольку среднее отношение не равно отношению из средних $I_R \neq \frac{I_b}{I_V}$ и действительно $\frac{1{,}0961}{1{,}25} \neq 0{,}8897$.

Далее можно рассчитать влияние факторов, приведших к снижению рентабельности.

5.3. Методика индексного анализа в банках

В банковской практике индексный метод и метод факторного анализа не используются, поскольку считается, что сложные (комплексные) показатели, которые можно разложить на элементные не встречаются. Между тем, это не так. Одним из комплексных показателей в банковской сфере является сумма процентных платежей (например, по депозитам или кредитам). Названный показатель можно представить как произведение трех простых показателей: суммы, срока (выраженного в долях года) и процентной ставки, взятой не в проценте, как обычно принято, а в коэффициенте. Данную взаимосвязь можно представить в виде блок-схемы. На рисунке 5.1 показано, что факторами первого уровня являются сумма депозитов (или кредитов), срок депозитов (или кредитов), выраженный в долях года и процентная ставка по депозитам (или кредитам), определяемая в коэффициенте. Факторами второго порядка будут ставка процентов в годовом исчислении и число оборотов депозитов (или кредитов).

Из блок схемы сумму процентных платежей можно определить как произведение трех факторов: суммы депозитов (кредитов), срока депозитов (кредитов), выраженного в долях года и процентной ставки по депозитам (кредитам), определяемой в коэффициентах. Процентная ставка по депозитам (кредитам) может быть выражена как произведение ставки процентов в годовом исчислении и числа оборотов депозитов (кредитов) в течение года (см. рис. 5.1).

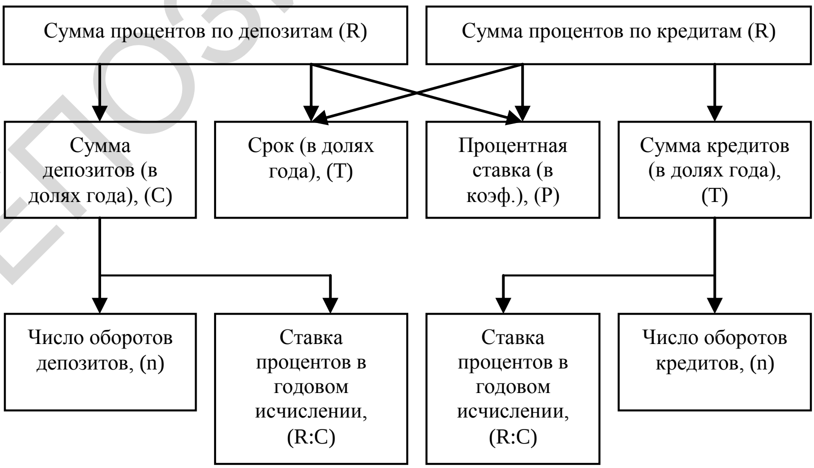

Рис. 5.1 Детерминированная факторная система процентных платежей по депозитам и по кредитам (включает четыре индекса: два индекса процентных платежей по кредитам и по депозитам и соответственно два индекса процентных ставок)

Источник: разработка автора

Как известно, сумма процентных платежей определяется по формуле:

$$R = \frac{\ddot{A} \cdot T \cdot P}{360 \cdot 100}, \qquad (5.23)$$

где

Д – сумма депозита (кредита), млн. руб.;

Т – срок депозита (кредита), дней;

Р – процентная ставка по депозиту (кредиту), %;

360 – количество дней, составляющих финансовый год.

Преобразуем алгоритм (5.23) следующим образом

$$\mathbf{R} = \ddot{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{P}, \qquad (5.24)$$

Источник: разработка автора

где

Д – сумма депозита (кредита), млн. руб.;

Т – срок депозита (кредита), в долях финансового года, т.е. $(\frac{T}{360})$;

Р – процентная ставка по депозиту (кредиту), представленная как коэффициент, т.е. $(\frac{P}{100})$.

Новая формула более удобна для осуществления анализа процентных платежей.

Используя алгоритм (5.24), можно записать индекс изменения процентных платежей:

$$I_R = \sum \frac{\ddot{A}_1 T_1 P_1}{\ddot{A}_0 T_0 P_0} \cdot Y_{R_i}, \qquad (5.25)$$

Источник: разработка автора

где

$Д_0$ и $Д_1$ – сумма депозитов (кредитов) в базисном и отчетном периоде, млн. руб.;

$Т_0$ и $Т_1$ – срок депозитов (кредитов) в базисном и отчетном периоде, в долях года;

$Р_0$ и $Р_1$ – процентная ставка по депозитам (кредитам), коэф.;

Y_{R_i} – удельный вес каждого элемента $\frac{Д_1 Т_1 Р_1}{Д_0 Т_0 Р_0}$ в сумме $\frac{Д_1 Т_1 Р_1}{Д_0 Т_0 Р_0}$.

Формула позволяет сравнить процентные платежи отчетного периода с базисным и выявить влияние трех факторов: сумм, сроков и размера процентных ставок.

Далее, поскольку $R = \frac{\text{Ä} \cdot T \cdot P}{360 \cdot 100}$, (5.26)

то $P = \frac{R}{\text{Ä}} \cdot \frac{360}{T} \cdot 100\%$. (5.27)

Отсюда выводим индекс изменения процентных ставок:

$$I_P = \sum \frac{\frac{R_1}{\text{Ä}_1} \cdot n_1}{\frac{R_0}{\text{Ä}_0} \cdot n_0} \cdot Y_{P_i}, \quad (5.28)$$

Источник: разработка автора

где

R_0 и R_1 – сумма процентов по депозитам (кредитам) в базисном и отчетном периоде, млн. руб.;

n – число оборотов депозитов (кредитов) в течение года, $(\frac{360}{T})$;

Y_{P_i} – удельный вес каждого элемента $\dfrac{\dfrac{R_1}{\text{Ä}_1}\cdot n_1}{\dfrac{R_0}{\text{Ä}_0}\cdot n_0}$ в сумме

$$\frac{\dfrac{R_1}{\text{Ä}_1}\cdot n_1}{\dfrac{R_0}{\text{Ä}_0}\cdot n_0}.$$

Индексный анализ депозитов

Определив основные факторы, проанализируем депозитный портфель банка со стороны основных параметров: сумм, сроков, процентных ставок см. табл. 5.1).

Аналитику следует изучить за анализируемый период сроки привлечения, динамику депозитов и процентных ставок и увязать ее с изменением экономической ситуации, ростом банковской конкуренции, уровнем банковского менеджмента.

Таблица 5.1

Депозитный портфель банка в 2011 и 2012 гг.

Наименование	2011 г.			2012 г.		
	Сумма депозитов, млн. руб. ($Д_0$)	Срок привлечения депозитов, дней (долей финансового года), ($Тдг_0$)	Процентная ставка, % (коэф.), ($Р_0$)	Сумма депозитов, млн. руб. ($Д_1$)	Срок привлечения депозитов, дней (долей финансового года), ($Тдг_1$)	Процентная ставка, % (коэф.), ($Р_1$)
1. Депозиты до востребования, в том числе:	839475	х	х	869265	х	х
1.1 Юридических лиц	741256	269 (0,747)	0,4 (0,004)	820856	279 (0,775)	0,4 (0,004)
1.2 Физических лиц	98219	120 (0,333)	0,6 (0,006)	48409	127 (0,353)	0,6 (0,006)
2. Срочные депозиты, в том числе:	202525	х	х	309155	х	х
2.1 Юридических лиц	17822	390 (1,083)	16 (0,16)	28422	383 (1,064)	15 (0,15)
2.2 Физических лиц	184703	392 (1,089)	18 (0,18)	280733	378 (1,05)	17 (0,17)
Итого:	1042000	х	х	1178420	х	х

Источник: разработка автора.

По формуле (5.23) или (5.24) рассчитаем процентные платежи по типам клиентов и годам периода. Полученные цифры занесем в табл. 5.2.

Таблица 5.2

Процентные платежи по типам клиентов банка в 2011 и 2012 гг.

Депозиты	2011 г, сумма процентов, млн. руб., (R_0)	2012 г. сумма процентов, млн. руб., (R_1)	Прирост процентных платежей, млн. руб. (ΔR)
1. Депозиты до востребования, в том числе:	2411	2647	+236
1.1 Юридических лиц	2215	2545	+330
1.2 Физических лиц	196	102	-94
2. Срочные депозиты, в том числе:	39293	54646	+15353
2.1 Юридических лиц	3088	4536	+1448
2.2 Физических лиц	36205	50110	+13905
Итого по депозитному портфелю	41704	57293	+15589

Источник: разработка автора

Используя данные табл. 5.2 определяем индекс изменения процентных платежей в 2012 году.

$$I_R = \frac{820856 \cdot 0{,}775 \cdot 0{,}004}{741256 \cdot 0{,}747 \cdot 0{,}004} Y_{R_1} + \frac{48409 \cdot 0{,}353 \cdot 0{,}006}{98219 \cdot 0{,}333 \cdot 0{,}006} Y_{R_2} +$$

$$+ \frac{28422 \cdot 1{,}064 \cdot 0{,}15}{17822 \cdot 1{,}083 \cdot 0{,}16} Y_{R_3} + \frac{280733 \cdot 1{,}05 \cdot 0{,}17}{184703 \cdot 1{,}089 \cdot 0{,}18} Y_{R_4} =$$

$$= 1{,}149 \cdot Y_{R_1} + 0{,}520 \cdot Y_{R_2} + 1{,}469 \cdot Y_{R_3} + 1{,}384 \cdot Y_{R_4} =$$

$$= 1{,}149 \cdot 0{,}254 + 0{,}520 \cdot 0{,}115 + 1{,}469 \cdot 0{,}325 + 1{,}384 \cdot 0{,}306 =$$

$$= 0{,}292 + 0{,}060 + 0{,}477 + 0{,}423 = 1{,}252.$$

Иными словами процентные платежи по депозитам в 2012 г. выросли в сравнении с 2011 г. в 1,252 раза или на 25,2%. Причем, если на рост процентных платежей по срочным депозитам повлияли сроки, процентные ставки и суммы размещаемых депозитов, то на рост процентных платежей по депозитам до востребования повлияло только увеличение сроков и сумм размещаемых депозитов, поскольку процентные ставки не изменились.

Полученный результат является отправной точкой для дальнейшего анализа. Определим влияние каждого вида депозита на общее увеличение процентных платежей:

- депозиты до востребования юридических лиц

$$\frac{0{,}292}{1{,}252} = 0{,}233 \text{ или } 23{,}3\%;$$

- депозиты до востребования физических лиц

$$\frac{0{,}060}{1{,}252} = 0{,}048 \text{ или } 4{,}8\%;$$

- срочные депозиты юридических лиц

$$\frac{0{,}477}{1{,}252} = 0{,}381 \text{ или } 38{,}1\%;$$

- срочные депозиты физических лиц

$$\frac{0{,}423}{1{,}252} = 0{,}338 \text{ или } 33{,}8\%.$$

Таким образом, рост индекса процентных платежей в 1,252 раза, сложился в связи с абсолютным приростом процентных платежей в сумме 15589 млн. руб. по всем видам депозитов, за исключением договоров до востребования с физическими лицами. Наибольшее влияние на динамику индекса оказал прирост процентных платежей по срочным депозитам юридических и физических лиц 38,1% и 33,8% соответственно.

Влияние факторов на изменение суммы процентных платежей по депозитам можно определить способом абсолютных разниц. При его использовании величина влияния факторов рассчитывается умножением абсолютного прироста исследуемого фактора на базовую величину факторов, которые находятся справа от него, и на фактическую величину факторов, расположенных слева от него в модели.

Возьмем алгоритм расчета для мультипликативной трехфакторной модели типа $Y = a \cdot b \cdot c$. Используя базовые и фактические значения по каждому факторному показателю, определим их абсолютные отклонения по формулам 5.2. – 5.7.

Способом абсолютных разниц определим влияние трех факторов: суммы, срока и процентной ставки на изменение суммы процентных платежей.

Влияние увеличения сумм привлекаемых депозитов

$$\begin{aligned}\Delta R_c &= \sum(Д_1 - Д_0)\cdot T_{дг0}P_0 = (820856 - 741256)\cdot 0{,}747\cdot 0{,}004 + \\ &+ (48409 - 98219)\cdot 0{,}333\cdot 0{,}006 + (28422 - 17822)\cdot 1{,}083\cdot 0{,}16 + \\ &+ (280733 - 184703)\cdot 1{,}089\cdot 0{,}18 = 245 - 103 + 1840 + 18861 = \\ &= 20843 \text{ млн.руб.}\end{aligned}$$

Влияние изменения сроков депозитов

$$\begin{aligned}\Delta R_T &= \sum Д_1\cdot(Тдг_1 - Тдг_0)\cdot P_0 = 820856\cdot(0{,}755 - 0{,}747)\cdot 0{,}004 + \\ &+ 48409\cdot(0{,}353 - 0{,}333)\cdot 0{,}006 + 28422\cdot(1{,}064 - 1{,}0835)\cdot 0{,}16 + \\ &+ 280733\cdot(1{,}05 - 1{,}089)\cdot 0{,}18 = 23 + 5 - 83 - 1957 = \\ &= 2012 \text{ млн.руб.}\end{aligned}$$

Влияние уровня банковских процентных ставок

$$\begin{aligned}\Delta R_P &= \sum Д_1\cdot Тдг_1\cdot(P_1 - P_0) = 820856\cdot 0{,}755\cdot(0{,}004 - 0{,}004) + \\ &+ 48409\cdot 0{,}353\cdot(0{,}006 - 0{,}006) + 28422\cdot 1{,}064\cdot(0{,}15 - 0{,}16) + \\ &+ 280733\cdot 1{,}05\cdot(0{,}17 - 0{,}18) = -299 - 2943 = -3242 \text{ млн.руб.}\end{aligned}$$

Разложение суммы процентных платежей на три фактора дало следующие результаты: + 20843; -2012; и -3242 млн. руб. Всего $\Delta R = +$ 15589 млн. руб. Суммарное влияние данных факторов совпало с результатом, рассчитанным в табл. 5.2.

Разложение по факторам показало, что решающее влияние на прирост процентных платежей оказало увеличение сумм привлекаемых срочных депозитов. За счет данного фактора процентные платежи выросли на 20843 млн. руб. Сокращение сроков срочных депозитов и уменьшение процентных ставок по срочным депозитам, наоборот привело к снижению процентных платежей соответственно на 2012 млн. руб. на 3242 млн. руб. Таким образом, увеличение процентных платежей происходило «экстенсивным» путем.

Индекс изменения процентных ставок в 2012 году составил

$$I_P = \sum \frac{\dfrac{R_1}{\text{Ä}_1}\cdot n_1}{\dfrac{R_0}{\text{Ä}_0}\cdot n_0}\cdot Y_{P_i} = \frac{\dfrac{2647}{820856}\cdot\dfrac{360}{279}}{\dfrac{2411}{741256}\cdot\dfrac{360}{269}}\cdot Y_{P_1} + \ldots = 0{,}994. \quad (5.29)$$

То есть процентные ставки сократились, но не существенно.

Далее проводим факторный анализ, по приведенной схеме.

Банковские специалисты, занимающиеся привлечением ресурсов, мало внимания уделяют анализу оборачиваемости депозитов, между тем, индексный метод и здесь может быть хорошим помощником.

Для анализа оборачиваемости ресурсов определяем средний срок хранения депозитов за год (см. табл. 5.3).

Таблица 5.3

Эффективность депозитных операций

Депозиты	Средний срок хранения депозитов за год, дней (Т)		2012 г.	
	2011 г.	2012 г.	Сумма прилива депозитов, млн. руб. (Спр)	Среднедневной прилив депозитов, млн. руб. (СДпр)
1. Депозиты до востребования, в том числе:	101,2	151,6	29790	196,5
1.1 Юридических лиц	103,3	153,5	79600	518,6
1.2 Физических лиц	113,1	133,9	-49810	-372,0
2. Срочные депозиты, в том числе:	437,7	467,3	106630	228,2
2.1 Юридических лиц	457,0	517,0	10600	20,5
2.2 Физических лиц	442,6	462,9	96030	207,4
Итого	158,2	179,6	136420	759,6

Источник: разработка автора

Анализ показывает, что имеет место тенденция к увеличению сроков хранения вкладов. Длительность мобилизации ресурсов в целом по депозитному портфелю выросла на 21,4 дня (179,6-158,2), под воздействием изменения в структуре депозитов, а также в связи с различиями в условиях вкладов.

Как показывают данные, приведенные в табл. 5.3, сроки привлечения значительно различаются по видам депозитов и типам клиентов, что может быть непосредственно связано с целями вкладчиков и привлекательностью условий хранения депозитов для разных клиентов, спецификой депозитной политики конкретного коммерческого банка, изменением экономической ситуации и др. Поэтому банк должен знать и изучать эти факторы и тенденции и выступать активным участником депозитного рынка.

Прилив депозитов происходил по всем видам контрагентов, за исключением депозитов до востребования физических лиц.

Определим индекс средней длительности пользования депозитами переменного состава

$$\mathbf{I}_{\bar{t}} = \bar{t}_1 : \bar{t}_0 , \qquad (5.30)$$

$$\mathbf{I}_{\bar{t}} = 179{,}6 : 158{,}2 = 1{,}135 \text{ или } 113{,}5\%.$$

Следовательно, можно сделать вывод о том, что сроки пользования депозитами в среднем по депозитному портфелю возросли на 13,5%.

Проводимый в банках анализ обязательно должен завершаться расчетами резервов роста экономической эффективности. Например, используя показатель срока привлечения депозитов можно определить экономический эффект от увеличения сроков привлечения ресурсов $(Э_д)$. Его вычисляем как разницу между сроками привлечения депозитов в отчетном и базисном году умноженной на сумму среднедневного прилива депозитов в отчетном году.

$$Ý_{ä} = (t_1 - t_0) \cdot ÑÄ_{ïð1}, \qquad (5.31)$$

$$Ý_{ä} = (179{,}6 - 158{,}2) \cdot 759{,}6 = 16255{,}4 \text{ млн. руб.}$$

Экономический эффект связан с ростом оседания и увеличением сроков привлечения депозитов.

Индексный анализ кредитов

Проанализируем кредитный портфель условного банка (см. табл. 5.4).

Таблица 5.4

Кредитный портфель банка в 2011 и 2012 гг.

Кредитуемые отрасли	2011 г.			2012 г.		
	Сумма кредита, млн. руб. (C_0)	Срок кредита, дней (долей финансового года), (T_0)	Процентная ставка, % (коэф.), (P_0)	Сумма кредита, млн. руб., (C_1)	Срок кредита, дней (долей финансового года), (T_1)	Процентная ставка, % (коэф.), (P_1)
Связь, транспорт	60	75 (0,208)	21 (0,21)	68	220 (0,611)	21 (0,21)
Оптовая и розничная торговля	70	69 (0,192)	20 (0,2)	80	89 (0,247)	19 (0,19)
Строительство, производство строительных материалов	150	180 (0,5)	19 (0,19)	190	125 (0,347)	20 (0,2)
Итого:	280	x	x	338	x	x

Источник: разработка автора.

По формуле (5.23) или (5.24) рассчитаем процентные платежи по кредитуемым отраслям и годам периода. Полученные цифры занесем в табл. 5.5.

Таблица 5.5

Процентные платежи по кредитуемым банком отраслям в 2011 и 2012 гг.

Кредитуемые отрасли	2011 г, сумма процентов, млн. руб., (R_0)	2012 г. сумма процентов, млн. руб., (R_1)	Прирост процентных платежей, млн. руб. (ΔR)
Связь, транспорт	2,625	8,727	+6,102
Оптовая и розничная торговля	2,680	3,758	+1,078
Строительство, производство строительных материалов	14,250	13,194	-1,056
Итого по кредитному портфелю	19,555	25,679	+6,124

Источник: разработка автора

Используя данные табл. 5.4 определяем индекс изменения процентных платежей в 2012 году.

$$I_R = \frac{68 \cdot 0{,}611 \cdot 0{,}21}{60 \cdot 0{,}208 \cdot 0{,}21} Y_{R_1} + \frac{80 \cdot 0{,}247 \cdot 0{,}19}{70 \cdot 0{,}192 \cdot 0{,}20} Y_{R_2} + \frac{190 \cdot 0{,}347 \cdot 0{,}20}{150 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}19} Y_{R_3} =$$
$$= 3{,}329 \cdot Y_{R_1} + 1{,}397 \cdot Y_{R_2} + 0{,}925 \cdot Y_{R_3} = 3{,}329 \cdot 0{,}589 + 1{,}397 \cdot 0{,}247 +$$
$$+ 0{,}925 \cdot 0{,}164 == 1{,}961 + 0{,}345 + 0{,}152 = 2{,}458.$$

Иными словами процентные платежи по кредитам в 2012 г. выросли в сравнении с 2011 г. в 2,458 раза.

Полученный результат является отправной точкой для дальнейшего анализа. Определим влияние каждой категории кредитополучателей на общее увеличение процентных платежей:

- связь, транспорт

$$\frac{1{,}961}{2{,}458} = 0{,}798 \text{ или } 79{,}8\%;$$

- оптовая и розничная торговля

$$\frac{0{,}345}{2{,}458} = 0{,}14 \text{ или } 14{,}0\%;$$

- строительство, производство строительных материалов

$$\frac{0{,}152}{2{,}458} = 0{,}062 \text{ или } 6{,}2\%.$$

Таким образом, рост индекса процентных платежей в 2,458 раза, сложился в связи с абсолютным приростом процентных платежей в сумме 6124 млн. руб. по большинству кредитуемых отраслей. Наибольшее влияние на динамику индекса оказал прирост процентных платежей по предприятиям связи и транспорта, составивший 79,8% всей величины, а затем прирост по оптовой и розничной торговле – 14,0%. Слабое влияние на прирост процентных платежей оказало кредитование строительных организаций и предприятий по производству строительных материалов – 6,2%.

Влияние факторов на изменение суммы процентных платежей определяем способом абсолютных разниц с использованием алгоритмов 5.2 – 5.7.

Влияние сумм выдаваемых кредитов

$$\Delta R_c = \sum (C_1 - C_0) \cdot T_0 P_0 = (68-60)\cdot 0{,}208 \cdot 0{,}21 + (80-70)\cdot 0{,}192 \cdot 0{,}2 +$$
$$+ (190-150)\cdot 0{,}5 \cdot 0{,}19 = 0{,}35 + 0{,}39 + 3{,}8 = 4{,}54 \text{ ìëí .ðóá.}$$

Влияние сроков кредитования

$$\Delta R_T = \sum C_1 \cdot (T_1 - T_0) \cdot P_0 = 68 \cdot (0{,}611 - 0{,}208) \cdot 0{,}21 +$$
$$+ 80 \cdot (0{,}247 - 0{,}192) \cdot 0{,}2 + 190 \cdot (0{,}347 - 0{,}5) \cdot 0{,}19 = 5{,}76 + 0{,}88 - 5{,}52 =$$
$$= 1{,}12 \text{ ìëí .ðóá.}$$

Влияние уровня банковских процентных ставок

$$\Delta R_P = \sum C_1 \cdot T_1 \cdot (P_1 - P_0) = 68 \cdot 0{,}611 \cdot (0{,}21 - 0{,}21) + 80 \cdot 0{,}247 \cdot (0{,}19 - 0{,}2) +$$
$$+ 190 \cdot 0{,}347 \cdot (0{,}2 - 0{,}19) = -0{,}198 + 0{,}661 = +0{,}464 \text{ ìëí .ðóá.}$$

Суммарное влияние факторов + 4,54 + 1,12 + 0,464 млн. руб. Всего ΔR =+ 6,124 млн. руб.

Таким образом, процентные платежи выросли за счет увеличения сумм выдаваемых кредитов на 4,54 млн. руб., за счет увеличения сроков кредитования на 1,12 млн. руб. и за счет увеличения процентных ставок на 0,464 млн. руб.

Разложение по факторам показало, что на предприятиях связи и транспорта, прирост процентных платежей произошел за счет влияния только двух факторов: сумм выданных кредитов (0,35 млн. руб.) и сроков кредитования (5,76 млн. руб.), поскольку процентные ставки за исследуемые периоды времени не менялись. В оптовой и розничной торговле процентные платежи выросли за счет увеличения сумм выданных кредитов на 0,39 млн. руб., повышения сроков кредитования на 0,88 млн. руб., но сократились в связи со снижением процентных ставок на 0,198 млн. руб. В строительстве и предприятиях производящих строительные материалы, решающее влияние на сокращение процентных платежей по кредитам (-5,52 млн. руб.), оказало сокращение сроков кредитования со 180 до 125 дней (см. табл. 5.4). В целом по кредитному портфелю банка увеличение сумм выдаваемых кредитов оказало самое существенное влияние на прирост процентных платежей: всего 4,54 млн. руб., в том числе в строительной отрасли 3,8 млн. руб.

Индекс изменения процентных ставок в 2012 году составил

$$I_P = \sum \frac{\frac{R_1}{C_1}\cdot n_1}{\frac{R_0}{C_0}\cdot n_0}\cdot Y_{P_i} = \frac{\frac{8,727}{68}\cdot\frac{360}{220}}{\frac{2,625}{60}\cdot\frac{360}{75}}\cdot Y_{P_1} + \ldots = 1,08\cdot$$

Источник: разработка автора

То есть процентные ставки выросли не существенно.

Далее проводим факторный анализ, по схеме приведенной выше.

Таким образом, индексный метод позволяет проводить факторный анализ депозитного и кредитного портфеля, выявлять влияние факторов и резервы экономических показателей.

5.4. Методика индексного анализа в сельском хозяйстве

Наиболее распространенными методами анализа в сельском хозяйстве, как мы знаем, являются: сравнительный и факторный анализ. Детерминированный анализ обычно дополняется корреляционно-регрессионными моделями, поскольку кроме факторных взаимосвязей, экономика сельского хозяйства полна стохастическими связями.

Методика анализа продукции растениеводства

Ключевой отраслью сельского хозяйства является растениеводство. Объем производства продукции растениеводства является одним из основных показателей, характеризующих деятельность сельскохозяйственных предприятий. Названный показатель прямо влияет на объем реализации продукции, уровень ее себестоимости, сумму прибыли, уровень рентабельности и другие экономические параметры деятельности сельскохозяйственных производителей. Поэтому анализ финансово-экономической деятельности сельскохозяйственных предприятий следует начинать с изучения объема производства продукции растениеводства.

Валовой сбор продукции растениеводства зависит от размера посевных площадей и урожайности культур. Известно, что с расширением посевных площадей и ростом урожайности увеличивается валовой сбор продукции, и наоборот, сокращение посевных площадей и понижение урожайности ведет к недобору продукции. Определенное влияние на валовой сбор продукции оказывает также структура посевных площадей, поскольку, чем выше доля высокоурожайных культур в общей посевной площади, тем больше при прочих равных условиях валовой выход продукции, и наоборот.

Размер и структура посевных площадей зависят от специализации СПК, величины госзаказа, объема внутрихозяйственной потребности, наличия земельных, трудовых и материальных ресурсов, экономической эффективности выращивания отдельных культур и др. Урожайность культур определяют плодородие земли, количество внесенных удобрений, метеорологические условия, качество и сорт семян, способы и сроки сева и уборки урожая и др.

Определенное влияние на объем производства продукции оказывает гибель посевов, которая может произойти по объективным причинам и по вине хозяйства.

Зная эти взаимосвязанные факторы можно построить детерминированную модель валовой продукции растениеводства (рис. 5.2).

Из рисунка 5.2 следует, что валовая продукция растениеводства равна произведению двух факторов: валового сбора продукции и цены. Цена зависит от затрат на единицу продукции и рентабельности, а валовой сбор, от размера и структуры посевных площадей, гибели посевов, урожайности сельскохозяйственных культур.

Иными словами, показатели затрат на единицу продукции, рентабельности и валового сбора продукции взаимосвязаны как детерминированные факторы:

валовая продукция растениеводства = затраты на единицу продукции × (1+ рентабельность) × валовой сбор продукции.

Примем следующие обозначения:

q, z, r, – валовой сбор продукции, затраты и рентабельность единицы продукции данного вида; V – валовая продукция растениеводства; I_V – индекс валовой продукции растениеводства.

Запишем в принятых обозначениях две детерминированных факторных модели, позволяющих определить стоимость валовой продукции растениеводства.

1. Модель валового сбора продукции растениеводства:

$$Q = (t - t_r) S, \quad (5.32)$$

где Q – валовой сбор продукции;

t – посевная площадь культуры;

$t_г$ – площадь, на которой погибли посевы;

S – урожайность культуры.

2. Модель стоимости валовой продукции растениеводства

$$V=p \times q \text{ или } V= z (1+r) q. \quad (5.33)$$

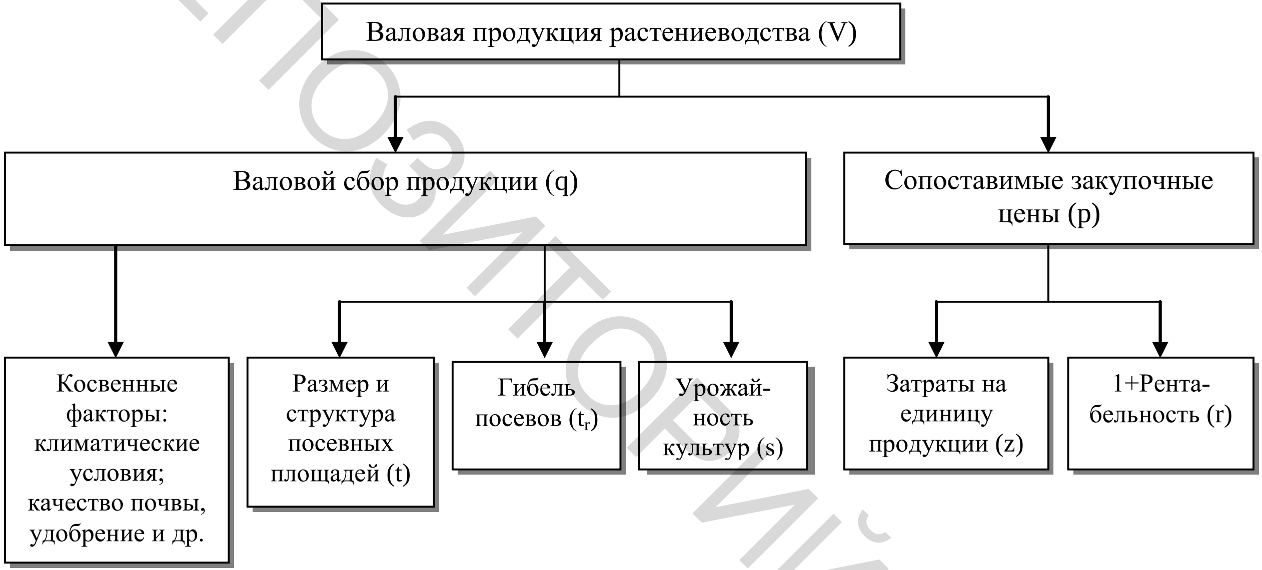

Рис. 5.2 - Детерминированная факторная система объема производства продукции растениеводства

Источник: разработка автора

Приведенные выше модели позволяют построить факторный индекс валовой продукции растениеводства. Он будет иметь вид:

$$I_V = \sum \frac{p_1 q_1)}{p_0 q_0)} \cdot Y_V, \text{ или } I_V = \sum \frac{q_1 z_1 (1+r_1)}{q_0 z_0 (1+r_0)} \cdot Y_V. \quad (5.34)$$

Формула факторного индекса валовой продукции растениеводства может быть представлена в развернутом виде

$$I_V = \sum \frac{(t_1 - t_{r1}) S_1 z_1 (1+r_1)}{(t_0 - t_{r0}) S_0 z_0 (1+r_0)} \cdot Y_V, \quad (5.35)$$

Источник: разработка автора

где

Y_V - удельный вес каждого элемента $\frac{(t_1 - t_{r1}) S_1 z_1 (1+r_1)}{(t_0 - t_{r0}) S_0 z_0 (1+r_0)}$ в сумме всех $\frac{(t_1 - t_{r1}) S_1 z_1 (1+r_1)}{(t_0 - t_{r0}) S_0 z_0 (1+r_0)}$.

Возьмем данные о производстве некоторых видов продукции растениеводства сельскохозяйственными предприятиями Республики Беларусь в 2011 и 2012 гг. (см. табл. 5.6).

Таблица 5.6

Показатели производства отдельных видов продукции растениеводства в Республике Беларусь за 2011-2012гг.

Вид продукции	Объем продукции, тыс. т. (q)		Затраты 1 т., тыс. руб. (z)		Уровень рентабельности, %, (r)		Средняя реализационная цена 1 т., тыс. руб. (p)	
	2011г. (q_0)	2012г. (q_1)	2011г. (z_0)	2012г. (z_1)	2011г. (r_0)	2012г. (r_1)	2011г. (p_0)	2012г. (p_1)
Картофель	723	793	245	249	2,5	19,1	251	296
Сахарная свекла	3926	3566	65	68	6,0	12,3	69	76,4
Овощи открытого грунта	170,5	148,4	228	282	25,7	33,3	286	376
Овощи защищенного грунта	150,1	150,5	1562	1879	15,4	14,3	1802	2148

Источник: [1]

На первом шаге анализа индексное число рассчитывается из взятого алгоритма. Определим индекс валовой продукции растениеводства за 2012 г.

$$I_V = \sum \frac{q_1 p_1}{q_0 p_0} \cdot Y_V = \sum \frac{793 \cdot 296}{723 \cdot 251} \cdot 0{,}279 + \frac{3566 \cdot 76{,}4}{3926 \cdot 69} \cdot 0{,}217 +$$

$$+ \frac{148{,}4 \cdot 376}{170{,}5 \cdot 286} \cdot 0{,}246 + \frac{150{,}5 \cdot 2148}{150{,}1 \cdot 1802} \cdot 0{,}258 = 1{,}1689$$

Формула факторного индекса валовой продукции может быть представлена в более подробном виде.

$$I_V = \sum \frac{q_1 z_1 (1 + r_1)}{q_0 z_0 (1 + r_0)} \cdot Y_V = \sum \frac{793 \cdot 249 \cdot (1 + 0{,}191)}{723 \cdot 245 \cdot (1 + 0{,}025)} \cdot 0{,}279 +$$

$$+ \frac{3566 \cdot 68 \cdot (1 + 0{,}123)}{3926 \cdot 65 \cdot (1 + 0{,}06)} \cdot 0{,}217 + \frac{148{,}4 \cdot 282 \cdot (1 + 0{,}333)}{170{,}.5 \cdot 228 \cdot (1 + 0{,}26)} \cdot$$

$$\cdot 0{,}246 + \frac{150{,}5 \cdot 1879 \cdot (1 + 0{,}143)}{150{,}1 \cdot 1562 \cdot (1 + 0{,}15)} \cdot 0{,}258 = 1{,}293 \cdot 0{,}279 +$$

$$+ 1{,}006 \cdot 0{,}217 + 1{,}144 \cdot 0{,}246 + 1{,}195 \cdot 0{,}258 = 1{,}1689$$

Обе формулы дают идентичный результат, поскольку вторую получаем путем разложения первой на факторы. Меж тем второй алгоритм предпочтительнее, поскольку дает исследователю более широкие возможности для анализа, отражая более широкий набор изучаемых факторов и характеризуя их структуру.

Как следует из расчетов – относительный темп прироста объема производства продукции растениеводства в 2012 г. составил 16,89%. Для большей наглядности темп прироста объема продукции растениеводства запишем иначе

$$\Delta I_V = \sum \frac{(793 \cdot 296) - (723 \cdot 251)}{723 \cdot 251} \cdot 0{,}279 + \ldots + \frac{(150{,}5 \cdot 2148) - (150{,}1 \cdot 1802)}{150{,}1 \cdot 1802} \cdot$$

$$0{,}258 = 0{,}293 \cdot 0{,}279 + 0{,}006 \cdot 0{,}217 + 0{,}144 \cdot 0{,}246 + 0{,}195 \cdot 0{,}258 =$$

$$= 0{,}0819 + 0{,}0013 + 0{,}0354 + 0{,}0503 = 0{,}1689.$$

На втором этапе анализа рассчитываем абсолютные приросты продукции растениеводства в 2012 г. в сравнении с 2011 г. Они определяются следующим образом.

$$\Delta V = (793 \cdot 296) - (723 \cdot 251) + (3566 \cdot 76{,}4) - (3926 \cdot 69) + \\ + (148{,}4 \cdot 376) - (170{,}5 \cdot 286) + (150{,}5 \cdot 2148) - (150{,}1 \cdot 1802) =$$

$$= 53255 + 1548{,}4 + 7035{,}4 + 52793{,}8 = 114632{,}6 \text{ тыс.руб.}$$

Продолжая исследование, определим вклад (удельный вес) каждого из видов продукции в общий прирост объемов производства продукции.

Картофель $\frac{0{,}0819}{0{,}1689} = 0{,}485$ или 48,50%;

Сахарная свекла $\frac{0{,}0013}{0{,}1689} = 0{,}0076$ или 0,76%;

Овощи открытого грунта $\frac{0{,}0354}{0{,}1689} = 0{,}2096$ или 20,96%;

Овощи закрытого грунта $\frac{0{,}0503}{0{,}1689} = 0{,}2978$ или 29,78%.

Таким образом, прирост индекса валовой продукции растениеводства на 16,89%, сложился в связи с абсолютным приростом продукции на 114632,6 тыс. руб. Наибольшее влияние на динамику индекса оказал прирост производства по картофелю, составивший 48,5% всей величины, а затем по овощам закрытого грунта 29,78%.

Продолжим анализ, используя способ цепной подстановки. Как известно, его можно применять для расчета влияния факторов во всех типах детерминированных факторных моделей, а индексы представляют собой смешанную (комбинированную) систему, включающую аддитивную, мультипликативную и кратную модели.

Способ цепной подстановки позволит определить влияние отдельных факторов (затрат, рентабельности, валового сбора продукции) на изменение величины результативного показателя (валовой продукции растениеводства) путем постепенной замены базисной величины каждого факторного показателя на фактическую в отчетном периоде. Для этого определяем ряд условных величин результативного показателя, которые учитывают изменение одного, затем двух, и, наконец, трех факторов, допуская, что остальные не меняются. Сравнение величины результативного показателя до и после изменения определенного фактора позволит элиминировать влияние всех факторов, кроме одного, и определить воздействие последнего на прирост результативного показателя.

Как следует из построенной модели индекса (см. рисунок 5.2), валовая продукция (V) зависит от двух основных факторов: валового сбора продукции и цены. Получаем двухфакторную мультипликативную модель: $v = q \cdot p$.

Алгоритм расчета способом цепной подстановки для этой модели следующий:

$$v_0 = \sum q_0 \cdot p_0 = 723 \cdot 251 + 3926 \cdot 69 + 170{,}5 \cdot 286 + 150{,}1 \cdot 1802 = \\ = 181473 + 270894 + 48763 + 270480{,}2 = 771610{,}2 \text{ тыс. руб.}$$

$$v_{усл} = \sum q_1 \cdot p_0 = 793 \cdot 251 + 3566 \cdot 69 + 148{,}4 \cdot 286 + \\ + 150{,}5 \cdot 1802 = 199043 + 246054 + 42442{,}4 + 271201 = \\ = 758740{,}4 \text{ тыс. руб.}$$

$$v_1 = \sum q_1 \cdot p_1 = 793 \cdot 296 + 3566 \cdot 76{,}4 + 148{,}4 \cdot 376 + \\ + 150{,}5 \cdot 2148 = 234728 + 272442{,}4 + 55798{,}4 + 323274 = \\ = 886242{,}8 \text{ тыс. руб.}$$

Значит, за счет сокращения валового сбора продукции (по сахарной свекле и овощам открытого грунта) валовая продукция сократилась на 12869,8 тыс. руб. (758740,4 – 771610,2), а за счет повышения цен увеличилась на 127502,4 тыс. руб. (886242,8 – 758740,4).

Таким образом, увеличение валовой продукции на 114632,6 тыс. руб. произошло за счет влияния двух факторов:

- сокращения валового сбора продукции на 12869,8 тыс. руб.;
- увеличения сопоставимых закупочных цен на 127502,4 тыс. руб.

Если требуется расширить анализ и определить как повлияли на валовую продукцию изменение валового сбора, затраты на единицу продукции и рентабельность, то рассчитываем дополнительные условные показатели.

$$v_0 = \sum q_0 \cdot z_0 (1 + r_0) = 723 \cdot 245(1 + 0{,}025) + 3926 \cdot 65(1 + 0{,}06) + \\ + 170{,}5 \cdot 228(1 + 0{,}26) + 150{,}1 \cdot 1562(1 + 0{,}15) = 771610{,}2 \text{ тыс. руб.}$$

$$v_{усл.1} = \sum q_1 \cdot z_0 (1 + r_0) = 793 \cdot 245(1 + 0{,}025) + 3566 \cdot 65(1 + 0{,}06) + \\ + 148{,}4 \cdot 228(1 + 0{,}26) + 150{,}5 \cdot 1562(1 + 0{,}15) = 758740{,}4 \text{ тыс. руб.}$$

$$v_{усл.2} = \sum q_1 \cdot z_1 (1 + r_0) = 793 \cdot 249(1 + 0{,}025) + 3566 \cdot 68(1 + 0{,}06) + \\ + 148{,}4 \cdot 282(1 + 0{,}26) + 150{,}5 \cdot 1879(1 + 0{,}15) = 837368 \text{ тыс. руб.}$$

$$v_1 = \sum q_1 \cdot z_1 (1 + r_1) = 793 \cdot 249(1 + 0{,}191) + 3566 \cdot 68(1 + 0{,}123) + \\ + 148{,}4 \cdot 282(1 + 0{,}333) + 150{,}5 \cdot 1879(1 + 0{,}143) = 886242{,}8 \text{ тыс. руб.}$$

Валовая продукция растениеводства увеличилась на 7296 тыс. руб. (365190-357894), в том числе за счет изменения:

- валового сбора продукции

$$\Delta v_q = v_{óñë.1} - v_0 = 758740{,}4 - 771610{,}2 = -12869{,}8 \text{ òûñ. ðóá.};$$

- затрат на единицу продукции

$$\Delta v_z = v_{óñë.2} - v_{óñë.1} = 837368 - 758740{,}4 = +78627{,}6 \text{ òûñ. ðóá.};$$

- рентабельности продукции

$$\Delta v_r = v_1 - v_{óñë.2} = 886242{,}8 - 837368 = +48874{,}8 \text{ òûñ. ðóá.}$$

Суммарное влияние факторов составило 114632,6 тыс. руб. (-12869,8 + 78627,6 + 48874,8 тыс. руб.

Изложенная методика позволяет проводить анализ объема производства продукции по всей отрасли растениеводства. Теперь кратко обозначим аналогичную методику для отдельно взятого хозяйства.

Факторный индекс валовой продукции растениеводства в таком случае будет иметь вид:

$$I_V = \sum \frac{(t_1 - t_{r1}) S_1 z_1 (1 + r_1)}{(t_0 - t_{r0}) S_0 z_0 (1 + r_0)} \cdot Y_V, \qquad (5.36)$$

Источник: разработка автора

где

Y_V – удельный вес каждого элемента $\dfrac{(t_1 - t_{r1})S_1 z_1 (1 + r_1)}{(t_0 - t_{r0})S_0 z_0 (1 + r_0)}$ в сумме всех $\dfrac{(t_1 - t_{r1})S_1 z_1 (1 + r_1)}{(t_0 - t_{r0})S_0 z_0 (1 + r_0)}$.

Возьмем исходные данные по СПК «Озеры» Гродненского района Гродненской области (см. табл. 5.7).

Таблица 5.7

Производство некоторых видов продукции растениеводства в СПК «Озеры» в 2011, 2012 гг.

Вид продукции	2011 г.	2012 г.	Абс. откл, +,-	Темп роста, %
Сахарная свекла				
Посевная площадь, га	485	506	+21	104,3
Убранная площадь, га	480	500	+20	104,2
Урожайность, ц/га	605,2	626,1	+20,9	103,4
Валовой сбор, т	29050	31307	+2257	107,8
Затраты на единицу продукции, тыс. руб.	54	53	-1	98,1
Рентабельность, %	56,6	58,7	+1,1	103,7
Семена рапса				
Посевная площадь, га	321	324	+3	100,9
Убранная площадь, га	321	320	-1	99,7
Урожайность, ц/га	34,5	33,1	-1,4	95,9
Валовой сбор, т	1108	1058	-50	95,5
Затраты на единицу продукции, тыс. руб.	336	338	+2	100,6
Рентабельность, %	74,6	72,9	-1,7	97,7
Другие виды продукции				
...	…	…	…	…

Источник: разработка автора

Определим индекс валовой продукции растениеводства хозяйства за 2012 г. по индексной модели включающей пять факторов

$$I_V = \sum \frac{(t_1 - t_{r1})S_1 z_1 (1 + r_1)}{(t_0 - t_{r0})S_0 z_0 (1 + r_0)} \cdot Y_V = \sum \frac{500 \cdot 626{,}1 \cdot 53 \cdot (1 + 0{,}587)}{480 \cdot 605{,}2 \cdot 54 \cdot (1 + 0{,}566)} \cdot$$

$$\cdot 0{,}537 + \frac{320 \cdot 33{,}1 \cdot 338 \cdot (1 + 0{,}729)}{321 \cdot 34{,}5 \cdot 336 \cdot (1 + 0{,}746)} \cdot 0{,}463 = 1{,}07187 \cdot 0{,}537 +$$

$$+ 0{,}92394 \cdot 0{,}463 = 1{,}00337, \ \text{èëè} \ \ 100{,}34\%.$$

Затем определяем абсолютные приросты продукции растениеводства в 2012 г. в сравнении с 2011 г. и проводим факторный анализ методом цепной подстановки по схеме приведенной выше.

Методика анализа продукции животноводства

Раскроем основные моменты методики анализа на примере молочной отрасли. Следуя логике анализа, изучим вначале факторы, влияющие на объем производства молока.

Как известно, производство молока зависит от поголовья и продуктивности коров молочного стада, уровня закупочных цен на молоко. В свою очередь названные факторы взаимосвязаны со множеством других.

Так, численность поголовья молочного стада определяется специализацией хозяйства, состоянием воспроизводства стада, площадью производственных помещений, обеспеченностью молочного стада кормами и др.

На продуктивность оказывают влияние такие факторы как уровень кормления животных, качество скармливаемых кормов, сбалансированность рационов кормления по основным питательным компонентам и по соотношению между грубыми, сочными и концентрированными кормами, породный и возрастной состав молочного стада, доля яловых коров, условия содержания животных и др.

Кормовая база определяется структурой посевных площадей и удельным весом кормовых культур в общей площади сельскохозяйственных угодий. Качество заготавливаемых кормов зависит от способов их заготовки и хранения, сроков уборки кормовых культур, технологии приготовления, особенностей организации хранения кормов.

Объем производства молока в стоимостном выражении, в свою очередь, зависит от валового надоя молока и закупочных цен. Последние отражают качественные характеристики получаемой продукции.

Основные детерминированные взаимосвязи можно записать следующим образом.

Валовой надой молока = поголовье коров × продуктивность.

Объем производства молока в стоимостном выражении =
=валовой надой молока × цена реализации.

Или

Объем производства молока в стоимостном выражении =
=поголовье коров × продуктивность × закупочная цена.

Легко заметить, что закупочные цены, поголовье и продуктивность коров молочного стада оказывают непосредственное влияние на объем производимого молока в стоимостном выражении и находятся с ним в детерминированной функциональной зависимости. Остальные факторы, приведенные выше, косвенно влияют на анализируемый показатель, и их влияние оценивается с помощью многофакторного корреляционно-регрессионного анализа.

Далее представив закупочную цену как произведение затрат на единицу продукции и выражения (1 + рентабельность), можно разложить объем производства молока на факторы [56]. Так, объем производства молока в стоимостном выражении = себестоимость 1 ц молока × (1 + рентабельность) × поголовье коров основного стада × среднегодовой удой молока от одной коровы.

Выявив взаимосвязи, для дальнейшего анализа можно применить факторный анализ или индексный метод. Включив, например, данную взаимосвязь в экономический индекс можно не только выразить отношение фактического уровня анализируемого показателя в отчетном периоде к его уровню в базисном периоде, но и выявить влияние каждого из приведенных выше факторов на изменение уровня результативного показателя (объема производства молока), используя для этого мультипликативные и кратные модели.

Примем следующие обозначения:

V – объем производства молока в стоимостном выражении, тыс. руб.; z – себестоимость 1 ц молока, тыс. руб.; r – уровень рентабельности производства 1 ц молока, %; n – поголовье коров основного стада, гол.; m – среднегодовой удой молока от одной коровы, ц; I_v – индекс объема производства молока.

Запишем факторную взаимосвязь в принятых обозначениях:

$$V = z\,(1 + r)\,n \times m \qquad (5.37)$$

Наглядно детерминированную факторную модель объема производства молока можно представить в виде диаграммы (рис. 5.3).

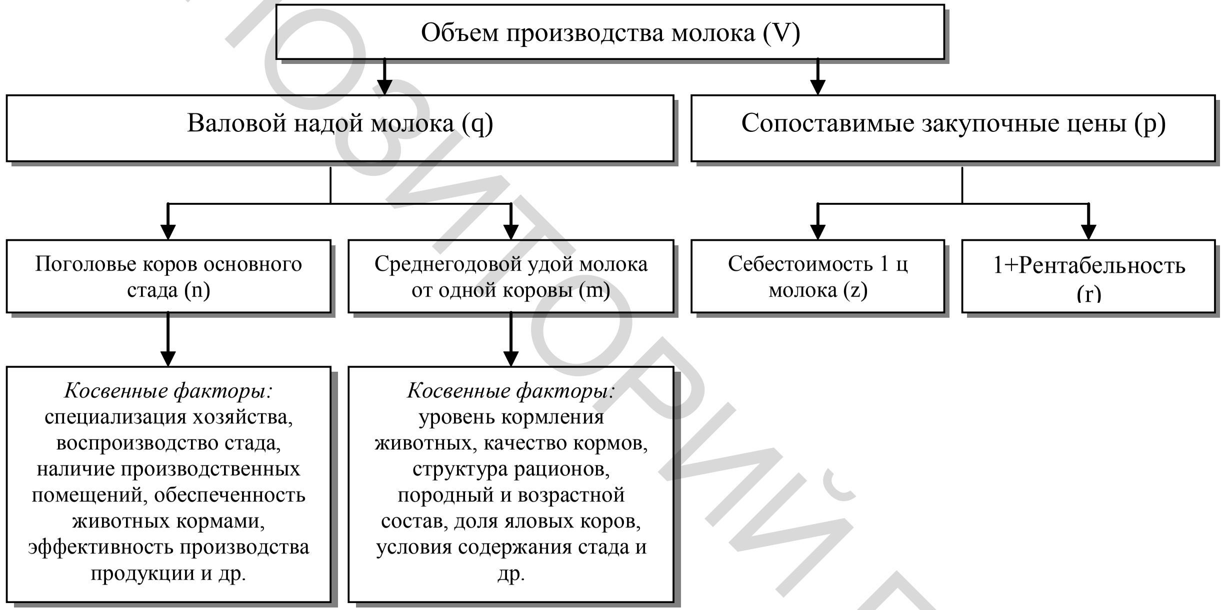

Рис. 5.3 – Структурно-логическая факторная модель объема производства продукции животноводства

Из рис. 5.3, следует, что детерминированная факторная модель объема производства молока в стоимостном выражении будет состоять из произведения четырех факторов: себестоимости 1 ц молока, рентабельности, поголовья и продуктивности коров основного стада.

Рассмотренные факторные взаимосвязи позволяют построить соответствующий факторный индекс:

$$I_V = \sum \frac{z_1(1+r_1)n_1m_1}{z_0(1+r_0)n_0m_0} \times Y_V\ , \qquad (5.38)$$

Источник: разработка автора

где Y_V – удельный вес каждого элемента $\frac{z_1(1+r_1)n_1m_1}{z_0(1+r_0)n_0m_0}$ в сумме всех $\frac{z_1(1+r_1)n_1m_1}{z_0(1+r_0)n_0m_0}$.

Применим данную факторную модель для анализа объема производства молока в семи хозяйствах Берестовицкого района Гродненской области по данным за 2011 и 2012 гг. (табл. 5.8).

Таблица 5.8

Поголовье и продуктивность коров основного стада, себестоимость 1 ц молока и уровень рентабельности его производства в сельскохозяйственных организациях Берестовицкого района Гродненской области в 2011-2012 гг.

Показатели	2011 г.	2012 г.	Абс. откл., +/-	Темп роста, %
1	2	3	4	5
СПК им. Воронецкого				
Среднегодовое поголовье коров, гол. (n)	847	858	11	101,30
Среднегодовой удой молока от одной коровы, ц (m)	67,8	70,65	2,85	104,20
Себестоимость 1 ц молока, тыс. руб. (z)	45,95	57,14	11,19	124,35
Рентабельность 1 ц молока, % (r)	66,53	23,35	-43,18	35,10
СПК "Пархимовцы"				
Среднегодовое поголовье коров, гол. (n)	718	713	-5	99,30
Среднегодовой удой молока от одной коровы, ц (m)	57,52	60,65	3,13	105,44
Себестоимость 1 ц молока, тыс. руб. (z)	61,09	66,93	5,84	109,56
Рентабельность 1 ц молока, % (r)	27,06	6,66	-20,4	24,61
СПК "Макаровцы"				
Среднегодовое поголовье коров, гол. (n)	1440	1446	6	100,42

продолжение таблицы 5.8

1	2	3	4	5
Среднегодовой удой молока от одной коровы, ц (m)	47,54	49,52	1,98	104,16
Себестоимость 1 ц молока, тыс. руб. (z)	46,89	56,39	9,5	120,26
Рентабельность 1 ц молока, % (r)	47,15	8,35	-38,8	17,71
СПК "Тетеревка"				
Среднегодовое поголовье коров, гол. (n)	1276	1221	-55	95,69
Среднегодовой удой молока от одной коровы, ц (m)	49,37	48,31	-1,06	97,85
Себестоимость 1 ц молока, тыс. руб. (z)	64,84	68,11	3,27	105,04
Рентабельность 1 ц молока, % (r)	15,41	-2,17	-17,58	-14,08
СПК "Олекшицы"				
Среднегодовое поголовье коров, гол. (n)	670	693	23	103,43
Среднегодовой удой молока от одной коровы, ц (m)	60,46	64,29	3,83	106,33
Себестоимость 1 ц молока, тыс. руб. (z)	53,49	55,2	1,71	103,20
Рентабельность 1 ц молока, % (r)	50,07	29,75	-20,32	59,42
СПК "Малоберестовицкий элитхоз"				
Среднегодовое поголовье коров, гол. (n)	932	960	28	103,00
Среднегодовой удой молока от одной коровы, ц (m)	61,51	62,5	0,99	101,61
Себестоимость 1 ц молока, тыс. руб. (z)	53,93	62,52	8,59	115,93
Рентабельность 1 ц молока, % (r)	35,38	7,01	-28,37	19,81
СПК "Массоляны"				
Среднегодовое поголовье коров, гол. (n)	706	721	15	102,12
Среднегодовой удой молока от одной коровы, ц (m)	63,05	67,52	4,47	107,09
Себестоимость 1 ц молока, тыс. руб. (z)	48,89	56,61	7,72	115,79
Рентабельность 1 ц молока, % (r)	52,22	24,06	-28,16	46,07

Источник: разработка автора

Вначале рассчитывается индексное число из приведенного выше алгоритма. Определим индекс объема производства молока за 2012 г.

$$I_V = \sum \frac{z_1(1+r_1)n_1m_1}{z_0(1+r_0)n_0m_0} \times Y_v = \frac{57{,}14(1+0{,}2335)\cdot 858\cdot 70{,}65}{45{,}95(1+0{,}6653)\cdot 847\cdot 67.80}\cdot 0{,}1458 +$$

$$+\frac{66{,}93(1+0{,}0666)\cdot 713\cdot 60{,}65}{61{,}09(1+0{,}2706)\cdot 718\cdot 57{,}52}\cdot 0{,}1444 + \frac{56{,}39(1+0{,}0835)\cdot 1446\cdot 49{,}52}{46{,}89(1+0{,}4715)\cdot 1440\cdot 47{,}54}\cdot 0{,}1389 +$$

$$+\frac{68{,}11(1-0{,}0217)\cdot 1221\cdot 48{,}31}{64{,}84(1+0{,}1541)\cdot 1276\cdot 49{,}37}\cdot 0{,}1251 + \frac{55{,}20(1+0{,}2975)\cdot 693\cdot 64{,}29}{53{,}49(1+0{,}5007)\cdot 670\cdot 60{,}46}\cdot 0{,}1472 +$$

$$+\frac{62{,}52(1+0{,}0701)\cdot 960\cdot 62{,}50}{53{,}93(1+0{,}3538)\cdot 932\cdot 61{,}51}\cdot 0{,}1438 + \frac{56{,}61(1+0{,}2406)\cdot 721\cdot 67{,}52}{48{,}89(1+0{,}5222)\cdot 706\cdot 63{,}05}\cdot 0{,}1548 =$$

$$= 0{,}1418 + 0{,}1391 + 0{,}1287 + 0{,}1043 + 0{,}1444 + 0{,}1379 + 0{,}1598 = 0{,}9560.$$

Из расчетов следует, что в 2012 г. в сельскохозяйственных организациях Берестовицкого района произошло снижение объема производства молока в стоимостном выражении на 4,4% (1 – 0,9560).

Для того, чтобы показать темп прироста объема производства молока запишем расчет индекса иначе

$$\Delta I_V = \frac{57{,}14(1+0{,}2335)\cdot 858\cdot 70{,}65 - 45{,}95(1+0{,}6653)\cdot 847\cdot 67{,}80}{45{,}95(1+0{,}6653)\cdot 847\cdot 67{,}80}\cdot 0{,}1458 +$$

$$+\frac{66{,}93(1+0{,}0666)\cdot 713\cdot 60{,}65 - 61{,}09(1+0{,}2706)\cdot 718\cdot 57{,}52}{61{,}09(1+0{,}2706)\cdot 718\cdot 57{,}52}\cdot 0{,}1444 +$$

$$+\frac{56{,}39(1+0{,}0835)\cdot 1446\cdot 49{,}52 - 46{,}89(1+0{,}4715)\cdot 1440\cdot 47{,}54}{46{,}89(1+0{,}4715)\cdot 1440\cdot 47{,}54}\cdot 0{,}1389 +$$

$$+\frac{68{,}11(1-0{,}0217)\cdot 1221\cdot 48{,}31 - 64{,}84(1+0{,}1541)\cdot 1276\cdot 49{,}37}{64{,}84(1+0{,}1541)\cdot 1276\cdot 49{,}37}\cdot 0{,}1251 +$$

$$+\frac{55{,}20(1+0{,}2975)\cdot 693\cdot 64{,}29 - 53{,}49(1+0{,}5007)\cdot 670\cdot 60{,}46}{53{,}49(1+0{,}5007)\cdot 670\cdot 60{,}46}\cdot 0{,}1472 +$$

$$+\frac{62{,}52(1+0{,}0701)\cdot 960\cdot 62{,}50 - 53{,}93(1+0{,}3538)\cdot 932\cdot 61{,}51}{53{,}93(1+0{,}3538)\cdot 932\cdot 61{,}51}\cdot 0{,}1438 +$$

$$+\frac{56{,}61(1+0{,}2406)\cdot 721\cdot 67{,}52 - 48{,}89(1+0{,}5222)\cdot 706\cdot 63{,}05}{48{,}89(1+0{,}5222)\cdot 706\cdot 63{,}05}\cdot 0{,}1548 =$$

$$= -0{,}00404 - 0{,}00534 - 0{,}01025 - 0{,}0208 - 0{,}00275 - 0{,}00589 + 0{,}00465 = -0{,}0441$$

Получаем аналогичный результат, т.е. объем производства молока сократился на 4.4%.

На втором этапе анализа рассчитаем абсолютный прирост объема производства молока в 2012 г. по сравнению с 2011 г. по следующей формуле:

$$\Delta V = 57{,}14(1+0{,}2335)\cdot 858\cdot 70{,}65 - 45{,}95(1+0{,}6653)\cdot 847\cdot 67{,}80 +$$
$$+66{,}93(1+0{,}0666)\cdot 713\cdot 60{,}65 - 61{,}09(1+0{,}2706)\cdot 718\cdot 57{,}52 +$$
$$+56{,}39(1+0{,}0835)\cdot 1446\cdot 49{,}52 - 46{,}89(1+0{,}4715)\cdot 1440\cdot 47{,}54 +$$
$$+68{,}11(1-0{,}0217)\cdot 1221\cdot 48{,}31 - 64{,}84(1+0{,}1541)\cdot 1276\cdot 49{,}37 +$$
$$+55{,}20(1+0{,}2975)\cdot 693\cdot 64{,}29 - 53{,}49(1+0{,}5007)\cdot 670\cdot 60{,}46 +$$
$$+62{,}52(1+0{,}0701)\cdot 960\cdot 62{,}50 - 53{,}93(1+0{,}3538)\cdot 932\cdot 61{,}51 +$$
$$+56{,}61(1+0{,}2406)\cdot 721\cdot 67{,}52 - 48{,}89(1+0{,}5222)\cdot 706\cdot 63{,}05 =$$
$$= -121845{,}906 - 118652{,}293 - 348461{,}998 - 783725{,}923 - 60719{,}358 -$$
$$-171333{,}393 + 106253{,}337 = -1498485{,}534.$$

Полученный результат показывает, что в 2012 г. по сравнению с 2011 г. в сельскохозяйственных организациях Берестовицкого района произошло сокращение объема производства молока на 1498485,534 тыс. руб.

На следующем этапе анализа определим вклад (удельный вес) каждого сельскохозяйственного предприятия в общий прирост объема производства молока по всему району. Расчет представлен ниже.

СПК им. Воронецкого: $\dfrac{-0{,}00404}{-0{,}0441} = 0{,}0917$ (или 9,17%).

СПК «Пархимовцы»: $\dfrac{-0{,}00534}{-0{,}0441} = 0{,}1212$ (или 12,12%).

СПК «Макаровцы»: $\dfrac{-0{,}01025}{-0{,}0441} = 0{,}2323$ (или 23,23%).

СПК «Тетеревка»: $\dfrac{-0{,}0208}{-0{,}0441} = 0{,}4716$ (или 47,16%).

СПК «Олекшицы»: $\dfrac{-0{,}00275}{-0{,}0441} = 0{,}0623$ (или 6,23%).

СПК «Малоберестовицкий элитхоз»: $\dfrac{-0{,}00589}{-0{,}0441} = 0{,}1335$ (или 13,35%).

СПК «Массоляны»: $\dfrac{0{,}004965}{-0{,}0441} = -0{,}1126$ (или -11,26%).

Исходя из приведенных выше расчетов, можно сделать вывод, что наибольшее влияние на изменение индекса оказало сокращение объема производства молока в СПК «Тетеревка» и в СПК «Макаровцы». Их удельный вес в общем снижении показателя составил соответственно 47,16% и 23,23%. Наряду с этим в СПК «Массоляны» в 2012 г. был отмечен прирост показателя на 0,4965%. Поэтому вклад данного предприятия в общее снижение показателя отрицательное -11,26 %.

На следующем этапе исследования проведем факторный анализ объема производства молока в Берестовицком районе. Для решения данной задачи применим способ цепной подстановки. Его можно использовать во всех типах детерминированных факторных моделей.

Способ цепной подстановки позволяет определить влияние каждого отдельного фактора на величину результативного показателя. Основным условием применения этого метода является элиминирование, т.е. исключение влияния на результат всех факторов, кроме анализируемого.

В нашем исследовании необходимо выявить влияние поголовья и продуктивности коров основного стада, себестоимости и уровня рентабельности на объем производства молока в стоимостном выражении.

Вначале необходимо расположить факторные показатели от количественных к качественным. Затем проводим замену факторов в базисном году на фактическую величину в отчетном году постепенно по одному фактору и определяем ряд условных показателей. Далее сравниваем полученные результативные показатели по цепочке и проводим последовательные вычитания результативных показателей, тем самым, определяя величину влияния фактора.

Рассчитаем объемы производства молока в отчетном и базисном годах, а также три условные величины анализируемого показателя.

$$V_0 = \sum z_0(1+r_0)n_0 m_0 = 45{,}95(1+0{,}6653)\cdot 847\cdot 67{,}80 + 61{,}09(1+$$
$$+0{,}2706)\cdot 718\cdot 57{,}52 + 46{,}89(1+0{,}4715)\cdot 1440\cdot 47{,}54 +$$
$$+64{,}84(1+0{,}1541)\cdot 1276\cdot 49{,}37 + 53{,}49(1+0{,}5007)\cdot 670\cdot 60{,}46 +$$
$$+53{,}93(1+0{,}3538)\cdot 932\cdot 61{,}51 + 48{,}89(1+0{,}5222)\cdot 706\cdot 63{,}05 = 27787487{,}068$$

$$V_{\text{óñë}1} = \sum z_0(1+r_0)n_1\, m_0 = 45{,}95(1+0{,}6653)\cdot 858\cdot 67{,}80 +$$
$$+61{,}09(1+0{,}2706)\cdot 713\cdot 57{,}52 + 46{,}89(1+0{,}4715)\cdot 1446\cdot 47{,}54 +$$
$$+64{,}86(1+0{,}1541)\cdot 1221\cdot 49{,}37 + 53{,}49(1+0{,}5007)\cdot 693\cdot 60{,}46 +$$
$$+53{,}93(1+0{,}3538)\cdot 960\cdot 61{,}51 + 48{,}89(1+0{,}5222)\cdot 721\cdot 63{,}05 = 27946471{,}538$$

$$V_{\text{óñë}2} = \sum z_0(1+r_0)n_1 m_1 = 45{,}95(1+0{,}6653)\cdot 858\cdot 70{,}65 +$$
$$+61{,}09(1+0{,}2706)\cdot 713\cdot 60{,}65 + 46{,}89(1+0{,}4715)\cdot 1446\cdot 49{,}52 +$$
$$+64{,}84(1+0{,}1541)\cdot 1221\cdot 48{,}31 + 53{,}49(1+0{,}5007)\cdot 693\cdot 64{,}29 +$$
$$+53{,}93(1+0{,}3538)\cdot 960\cdot 62{,}50 + 48{,}89(1+0{,}5222)\cdot 721\cdot 67{,}52 = 28929804{,}429.$$

$$V_{\text{óñë}3} = \sum z_1(1+r_0)n_1 m_1 = 57{,}14(1+0{,}6653)\cdot 858\cdot 70{,}65 +$$
$$+66{,}93(1+0{,}2706)\cdot 713\cdot 60{,}65 + 56{,}39(1+0{,}4715)\cdot 1446\cdot 4952 +$$
$$+68{,}11(1+0{,}1541)\cdot 1221\cdot 48{,}31 + 55{,}20(1+0{,}5007)\cdot 693\cdot 64{,}29 +$$
$$+62{,}52(1+0{,}3538)\cdot 960\cdot 62{,}50 + 56{,}61(1+0{,}5222)\cdot 721\cdot 67{,}52 = 32988043{,}867$$

$$V_1 = \sum z_1(1+r_1)n_1 m_1 = 57{,}14(1+0{,}2335)\cdot 858\cdot 70{,}65 +$$
$$+66{,}93(1+0{,}0666)\cdot 713\cdot 60{,}65 + 56{,}39(1+0{,}0835)\cdot 1446\cdot 49{,}52 +$$
$$+68{,}11(1-0{,}0217)\cdot 1221\cdot 48{,}31 + 55{,}20(1+0{,}2975)\cdot 693\cdot 64{,}29 +$$
$$+62{,}52(1+0{,}0701)\cdot 960\cdot 62{,}51 + 56{,}61(1+0{,}2406)\cdot 721\cdot 67{,}52 = 26289001{,}534$$

На основании полученных условных показателей определим влияние каждого из факторов.

$$\Delta V_n = V_{\text{усл}.1} - V_0 = 27946471{,}538 - 27787487{,}068 = 158984{,}470 \text{ тыс. руб.}$$

$$\Delta V_m = V_{\text{усл}.2} - V_{\text{усл}.1} = 28929804{,}429 - 27946471{,}538 = 983332{,}891 \text{ тыс. руб.}$$

$$\Delta V_z = V_{\text{усл}.3} - V_{\text{усл}.2} = 32988043{,}867 - 28929804{,}429 = 4058239{,}438 \text{ тыс. руб.}$$

$\Delta V_r = V_1 - V_{усл.3} = 26289001{,}534 - 32988043{,}867 = -6699042{,}333$ тыс. руб.

Суммарное влияние факторов составило -1498485,534 тыс. руб. (26289001,534 – 27787487,068), в т.ч. за счет роста поголовья коров молочного стада объем производства молока возрос на 158984,470 тыс. руб., продуктивности – на 983332,891 тыс. руб., себестоимости 1 ц молока – на 4058239,438 тыс. руб., а за счет падения уровня рентабельности производства молока объем его производства снизился на 6699042,333 тыс. руб.

Таким образом, разные способы факторного анализа (цепных подстановок, абсолютных и относительных разниц и др.) дают одинаковые результаты и корреспондируют с относительными и абсолютными приростами факторных индексов. Методика позволяет определить относительный темп роста и прироста, абсолютный прирост объема производства молока в стоимостном выражении, вклад каждого сельскохозяйственного предприятия в показатели района, а также выявить степень влияния различных факторов на данные показатели.

На завершающем этапе индексного анализа могут быть рассчитаны резервы прироста объемов продукции сельского хозяйства. Индексная модель может быть также полезной для планирования и прогнозирования динамики развития не только затрат, рентабельности, валового сбора продукции и урожайности, но и других экономических показателей.

Выводы.

Индексный метод универсален, самодостаточен и удачно сочетается с методом факторного анализа. Общая методика индексного анализа предусматривает применение как простых, так и факторных алгоритмов, а также факторных индексных систем. Детерминированная факторная теория и методология индексов позволяет рассчитывать темпы роста, прироста и абсолютные приросты показателей, причем абсолютные приросты совпадают с относительными. Новая методология индексного анализа способна выявлять и исследовать все факторы, включенные в детерминированную факторную модель, а также определять резервы экономических показателей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенное исследование позволяет сформулировать ряд важных положений новой детерминированной факторной теории и методологии индексов, а также выводы и предложения, расширяющие сферу применения индексов в экономическом анализе и статистической практике.

1. Как показало исследование первоисточников, исторически первой концепцией индексов была *стохастическая (вероятностная) теория* (XIX в.). Фундаментом стохастической концепции является количественная теория денег и теория истинных величин А. Кетле, а также математический аппарат теории вероятностей.

В соответствии с постулатами стохастической теории, движение цен отдельных товаров происходит под воздействием изменения стоимости денег. Воздействие на цены изменений условий производства объявляется случайными отклонениями. Однако, как мы знаем, именно изменение условий производства оказывает решающее влияние на изменение стоимости отдельных товаров, а, следовательно, и цен (с неизбежным отклонением цен от показателей изменения стоимости товаров). Другое неверное представление, состоит в том, что в основе изменения цен лежит якобы некоторая истинная величина (изменение стоимости денег), отклонением от которой и являются индексы цен отдельных товаров. В действительности же изменение общего уровня цен есть обобщающая характеристика динамики цен отдельных товаров, а не показатель, измеряющий истинную величину, лежащую в основе движения их цен.

Стохастическая концепция использовала среднеарифметические или геометрические невзвешенные индексы, либо другие, но, как правило, абстрактные, искусственные конструкции, не имеющие реального экономического смысла и не дающие точного числового результата.

Таким образом, вероятностная теория индексов была построена на ложных представлениях о сущности и взаимосвязях экономических процессов и поэтому не имеет объективной основы и несостоятельна в научном отношении.

Тестовая теория (XX в.), пришедшая на смену стохастической, существенно обогатила теорию и методологию индексов. Ее сторонники разработали систему тестирования алгоритмов, сконструировали множество новых формул и внесли решающий вклад в развитие математической стороны индексной концепции. Однако система тестирования исходила из ложной предпосылки равноценности экономических факторов. В действительности же экономические факторы, отражая различные экономические явления, влияют по-разному, имеют разные единицы измерения и т.д.

История статистики помнит несколько систем тестирования индексов (системы тестов И. Фишера, Дюона, С. Свами, Айхорна и др.) однако ни одну из них нельзя считать объективной, поскольку каждая аппроксимировала лишь определенный круг индексных алгоритмов, встроенных в эту систему. Логический, математический и экономический анализ показывает, что системы тестов не имеют внутреннего единства, поскольку построены на разных принципах. Критерии, выдвинутые И. Фишером и его последователями, различны по своему характеру, сложности и значимости. Концепция тестирования индексов не помогает четко и однозначно отобрать лучшие формулы, поскольку систем тестирования несколько и каждая из них применима к одним формулам, но не применима к другим. Сформулированные автором диссертации три теоремы, в известной мере доказывают несовместимость тестов и систем тестирования.

Сторонники тестовой концепции построили множество новых алгоритмов кроссингов, но скрещивание индексов проводилось абсолютно произвольно, абстрактно, в связи с чем, большинство из них не имело реального экономического смысла. Поэтому тестовая концепция, с одной стороны, привлекает простотой и конструктивностью алгебраического подхода и предоставляет в распоряжение исследователя механизм отбора лучших формул, однако, с другой стороны имеет явно выраженный формальный характер.

Если стохастическая и тестовая теории исходят из независимости цен и количества реализованных товаров, то *экономическая концепция,* получившая развитие в XX-XXI вв., стала рассматривать их как функционально связанные переменные. Сторонники экономической теории обратили, наконец, внимание на содержательный, экономический смысл индексов. Одновременно, они широко используют в индексном методе математику. В рамках экономической концепции построен целый ряд новых алгоритмов, однако все они имеют крайне сложную конструкцию и довольно туманный экономический смысл.

В экономической концепции выделилось несколько направлений: теория лимитов, интегральная теория и др., однако они были и остаются чисто умозрительными научными ветвями, не получившими практической реализации. Их несостоятельность проявляется, прежде всего, в субъективизме, несогласованности между теоретическими построениями и реальными фактами. Предложенные в рамках этих концепций алгоритмы оказались крайне сложными, и как следствие, ни один из них до сих пор не вычисляется.

Таким образом, для современной индексологии характерно взаимопроникновение различных теорий и направлений. Статистики ищут способы объединения тестовой концепции и теории лимитов, используют интегральное и дифференциальное исчисление, различные приемы апроксимации алгоритмов. Однако экономические индексы, прежде всего, нуждаются в строгой экономической теории и более простых математических приемах, приближенных к реальной статистической практике.

2. Как показало исследование, главный источник противоречий рассмотренных индексных теорий состоит в том, что они построены на неправильных обще познавательных концепциях. Разрабатывая методологию и приёмы исчисления индексов цен, статистики, с одной стороны, упустили из вида очевидный факт, что индексы объединяют гораздо более широкую группу показателей. С другой стороны, не познав сущность индекса, ученые занялись хаотическим поиском лучшей формулы. Чисто экономическая проблема, требовавшая

теоретического обоснования, изначально решалась непоследовательно и с чисто формально-математических позиций.

Известную негативную роль в становлении и развитии индексного метода сыграли следующие причины: непонимание истинной природы индекса; ориентация исследователей на математическую составляющую проблемы, а не на экономико-статистическую; отсутствие в алгоритмах индексов, какой либо логики обобщений. В связи с этим, методология накапливала ошибки, а аналитические выводы и результаты, получаемые при использовании индексного метода, становились все более противоречивыми и спорными. Так, индексная методология породила такой надуманный показатель, как индивидуальный (частный) индекс. Однако, индекс по своей природе не может рассчитываться по одному виду продукции и, к тому же, такой индекс тождественен относительным показателям динамики. Исходя из природы и предназначения индексов, следует, что нет, и не может быть индивидуальных (частных) индексов – любой индекс общий, сводный.

3. Анализ алгоритмов подтвердил вывод о неприемлемости невзвешенных индексов в связи с тем, что они приводят к самовзвешиванию и равновзвешиванию элементов индекса, а, следовательно, не дают правильного числового результата, а также имеют слабый экономический смысл.

Взвешенные индексы теснее связаны с экономическим содержанием, позволяют проводить разносторонний анализ и обобщение статистического материала. Они, как правило, достаточно просты и не вызывают затруднений, связанных со сбором необходимых данных.

Однако агрегатные индексы также несовершенны, поскольку ведут к самовзвешиванию (индекс Дюто) либо к равновзвешиванию в соответствии с базисным значением индекса (индексы Лоу, Эджуорта, Маршалла, Ласпейреса, Пааше и др.). В связи с этим, они также не дают правильного числового результата.

Взвешенные алгоритмы могут указывать на противоположные направления динамики цен. В некоторых случаях при расчете индексов Ласпейреса и Пааше возможен парадоксальный результат: например, в последующем периоде по сравнению с предыдущим цены возросли, но в предыдущем периоде они были выше, или когда снижение общего уровня цен за несколько периодов сопровождается ростом цен на каждом этапе их изменения.

В большинстве агрегатных формул, показатели, составляющие индексные наборы коррелируют, в связи с чем, индексы показывают не соответствующий истине результат. Отмеченные недостатки и другие объяснимые и необъяснимые негативные феномены, проявляются в связи с применением системы взвешивания. Автор в диссертации назвал ее горизонтальной системой взвешивания. В такой системе взвешивания основу числителя и знаменателя составляет признак, который взвешивается взаимосвязанным, но не детерминированным показателем. Взвешивание проводится отдельно для числителя и знаменателя. Главный мотив взвешивания – улучшение (уточнение) индексного числа. Меж тем индексное число в такой системе взвешивания не столько улучшается, сколько искажается. Математическая составляющая концепции горизонтального взвешивания имеет ошибочную основу и поэтому от нее следует отказаться.

Индексные наборы в числителе и знаменателе дополнительно элиминируются с целью придания им осмысленного экономического содержания. Однако элиминирование также деформирует экономический смысл, искажает результаты расчетов и принуждает исследователя работать с условными, подразумеваемыми, а не реальными показателями.

Формулы Ласпейреса, Пааше, взвешенных индексов продукции и др. содержат в себе взаимосвязь q x p, поэтому изначально являются индексами стоимости, а не индексами цен и продукции. Функциональная взаимосвязь между зависимыми и независимой переменной в данных алгоритмах установлена неправильно. Они представляют собой разные варианты стоимости продукции, в которых стоимость образована при базисных и отчетных количествах или при базисных и отчетных ценах. Вместо индексов цены и продукции созданы различные модификации стоимости продукции, в предположении, как изменится ее оценка, если произвести пересчет в старых и новых количествах или при прежних и изменившихся ценах.

Агрегатные формулы нередко с трудом интерпретируются и в большинстве случаев не имеют ясного экономического смысла. Поскольку ни числитель, ни знаменатель не детерминированы, постольку они состоят из нечетких, неясных, аморфных индексных наборов (обычно это стоимостные массы), имеющих размытый экономический смысл.

Они часто не дают соответствия между значениями агрегатных индексов и абсолютными приростами. Взвешенные алгоритмы не отвечают некоторым важным в индексологии тестам: критерию обратимости факторов, тестам круговой сходимости, циркулярности, монотонности.

И, наконец, агрегатная парадигма индексов мирится с множественностью формул, а следовательно страдает субъективностью.

Таким образом, агрегатная концепция имеет глубокие внутренние противоречия, прежде всего, по трем причинам: слабой обоснованности системы взвешивания; неправильно построенным функциональным взаимосвязям в индексных наборах; ошибочной конструкции агрегатного индекса, приводящей к равновзвешиванию. Другие слабые места агрегатной парадигмы: несоответствие тестам, множественность формул индексов и др. являются следствиями названных причин. Поэтому вся агрегатная концепция требует переосмысления и пересмотра.

Как показал анализ, группа мультипликативных формул и абстрактных математических индексов, имеющих аддитивную конструкцию, также не выдерживает критики. Несмотря на то, что вычисления по этим формулам дают неплохие индексные числа, они, как правило, не применяются по соображениям практического и теоретического характера. Во-первых, вычисления по ним более сложные и громоздкие, чем по взвешенным формулам. Во-вторых, возникают дополнительные трудности, связанные со сбором необходимых данных. В-третьих, формулы с трудом поддаются экономической интерпретации и не позволяют выполнять одновременно с вычислением индексов некоторые другие вычисления (например, составление балансов). В-четвертых, алгоритмы дают более или менее удовлетворительное приближение, но не дают точного результата.

Кроме того, недостатком данных формул является абстрактный математический подход. Взвешенные средние аддитивной структуры имеют в своей основе все-таки более точные алгебраические методы.

Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что «идеальный» индекс Фишера также имеет ряд серьезных недостатков. Во-первых, формула не отвечает циркулярному тесту. Во-вторых, алгоритм лишен конкретного экономического содержания, поскольку его нельзя представить как отношение двух экономически осмысленных величин. В-третьих, в формуле нарушено условие соответствия индексов абсолютным уровням и абсолютным приростам исследуемых явлений. В-четвертых, в основе конструкции Фишера лежит отношение двух фиктивных величин – перемноженных стоимостей продукции в «рублях квадратных». В-пятых, «идеальная» формула не позволяет установить, к какому агрегату товаров относится исчисляемый по ней индекс.

4. В теории степенных средних значение признака выводится в расчете на единицу статистической совокупности. При таком подходе средняя степенная интерпретируется как величина, показывающая сколько единиц признака приходится на единицу частоты. Поэтому среднюю считают мерой признака в расчете на единицу совокупности. Однако, в таком случае средние величины предстают как относительные величины интенсивности. Следовательно, данная трактовка средних представляется ошибочной.

Автором выдвинут новый теоретико-методологический подход для исчисления средних величин. В соответствии, с которым, средняя конечно должна лежать между наименьшим и наибольшим числом. Однако ее следует определять не в расчете на единицу совокупности, поскольку в этом случае неизбежно равновзвешивание, а путем обобщения, как среднюю из суммы чисел. Для этого лучше подходит средняя антигармоническая.

Вычисление средней — это один из важных и распространенных приемов обобщения и абстрагирования.

Чтобы обобщить, следует определить, насколько значимы, важны, весомы числа входящие в совокупность. Весомость переменных следует определять по удельному весу переменных в сумме всех переменных, входящих в совокупность. Возможны два пути обобщения. В соответствии с первым, определяется минимальный общий признак, присущий всем элементам совокупности и к нему присоединяются обобщаемые различия, в соответствии с их удельным весом в сумме переменных. В соответствии с вторым, определяется максимальный общий признак, присущий какому либо элементу совокупности и из него исключаются обобщаемые признаки, в соответствии с их удельным весом в сумме признаков переменных.

Каждый из способов обобщения также приводит к средней антигармонической. Особенность алгоритма состоит в том, что он дает обобщенную характеристику наиболее значимых величин, среди типичных.

Поскольку недостатки формул средних величин автоматически переносятся на соответствующие формулы индексов, постольку формулы индексов опирающиеся на степенные средние, заведомо не пригодны. Поэтому автор основывает детерминированную факторную теорию и методологию, алгоритмы простых и факторных индексов, на формуле антигармонической средней.

5. В работе выдвинуты исходные принципы конструирования индексов на основе логики обобщений, матричного представления взаимосвязанных факторов и новой – вертикальной системы взвешивания. Конструкция индекса и факторные взаимосвязи, включенные в него, логически вытекают из матрицы и опираются на детерминированный подход.

Матричный метод позволяет наглядно представить логику индексных сопоставлений и обосновывает построение простых и факторных индексов. Матричный подход иллюстрирует, что применяемая в настоящее время в агрегатных индексах горизонтальная система взвешивания неверна в своей основе и в связи с этим, приводит к необоснованным тавтологиям и манипуляциям с индексными наборами и подстрочными значками. Вертикальная система взвешивания, предлагаемая автором, взвешивает не факторы, а элементы индекса, устраняет названные проблемы и научно обосновывает новую технологию индексирования.

6. Теоретический анализ показал, что характеристические особенности индексов состоят в следующем. Во-первых, индекс – это средняя величина, несущая в себе некоторые черты относительных величин. Сочетая в себе их свойства, индекс выступает, как средняя из относительных величин. Во-вторых, индекс позволяет сравнивать две и более ситуации в динамике. Поэтому он является динамическим показателем сравнения, дающим средне относительную характеристику массовых общественных явлений. В-третьих, индекс состоит из взаимосвязанных факторов объединенных мультипликативными и аддитивными взаимосвязями. В-четвертых, индекс опирается на смешанную взаимосвязь, в основе которой лежит кратная зависимость, позволяющая сравнить разные состояния явления.

Исходя из результатов проведенного анализа, автор определяет индекс как обобщающий средний показатель, позволяющий сравнить разные состояния явления, состоящего из взаимосвязанных детерминированных факторов.

Исследование экономической природы индексов показало, что им присущи три функции: аналитическая; сравнения (сопоставления) объектов и явлений; обобщающая (синтетическая).

Новая теоретико-методологическая концепция предполагает изменение классификации индексов. Автор диссертации предлагает исключить из классификации индивидуальные (частные) и позиционные индексы, как теоретически несостоятельные и степенные (среднегеометрические среднеарифметические и др.), как алгоритмы, использующие ошибочную систему взвешивания. Следует отказаться от чрезмерно усложненных и теоретически необоснованных формул кроссингов (скрещенных индексов), а также индексов постоянного и переменного состава, структурных сдвигов. Они не содержат в себе ничего индексного, но основательно запутывают теорию и методологию индексов.

Автор предлагает следующую классификацию индексов. По форме: простые; факторные; индексные системы. По виду (конструкции) формулы индекса: аддитивные, аддитивно-мультипликативные. По периоду исчисления: годовые, квартальные, месячные, недельные. По назначению: экономические индексы (продукции, затрат, прибыли, цен, стоимости, производительности труда и др.); социальные; демографические; территориальные. В зависимости от базы сравнения: базисные, цепные, плановые.

Автор диссертации сформулировал следующие основные свойства предлагаемых алгоритмов индексов: свойство возрастания и убывания; симметрии; обратимости ситуаций; обратимости факторов; переносимости; пропорциональности; идентичности; циркулярности, индекс не может обращаться в нуль или быть отрицательным числом.

7. Методология детерминированной факторной теории индексов представляет собой совокупность приемов и методов исследования явлений путем сравнения их во времени, пространстве или по отношению к определенному эталону (нормативу). Разработанная автором методология позволяет исследовать влияние факторов, связь которых с результативным показателем (изучаемым явлением) носит функциональный характер.

В детерминированной факторной методологии алгоритм индекса используется для сравнения и исследования факторов составляющих как простые, так и сложные явления. Взаимосвязь факторов в индексах может быть мультипликативной, аддитивной, аддитивно-мультипликативной или кратной. Взаимосвязь между сравниваемыми явлениями однозначно кратная. В редких случаях может применяться не прямое, а обратное отношение, когда базисное состояние сравнивается с новым (отчетным).

8. В монографии предложены методики построения простых и факторных индексов. Они включают новые алгоритмы продукции, затрат на единицу продукции, прибыли, цен, стоимости и др., а также правила и процедуры их применения. Как простые, так и факторные индексы используют новую вертикальную систему взвешивания.

В методике простых индексов предложен, также, индекс нормативов (эталонов). Индекс отражает степень выполнения доведенных заданий, меру выполнения установленных нормативов или степень соответствия определенным эталонам.

9. В детерминированной факторной методологии индексы получили некоторые новые свойства. Так, простой индекс (I_q) равен соответствующему факторному (I_Q). Это очевидно, поскольку I_Q получаем простым разложением на факторы I_q. Взаимосвязанные индексы, скажем, I_q и I_p, нельзя перемножать (делить), так как произведение (частное) средних не равно среднему произведению (среднему отношению), то есть $I_{\cdot q} \cdot I_p \neq I_v$, также как $I_p \neq \frac{I_v}{I_q}$. Индексы не складывают, данная операция также бессмысленна, поскольку сумма средних не равна средней сумме.

Между абсолютными и относительными приростами не должно быть равенства, так как абсолютный прирост не равен среднему относительному приросту.

10. Новая концепция индексов позволила совместить собственно индексный метод и метод факторного анализа. Это стало возможным в связи с использованием детерминированного подхода и нетрадиционных алгоритмов экономических индексов построенных на вертикальной системе взвешивания.

Проведение экономического анализа с помощью детерминированных факторных индексов осуществляется в несколько этапов: рассчитывается индексное число; определяются абсолютные приросты и доля их влияния на динамику индекса; осуществляется классификация и систематизация факторов, включенных в индекс; рассчитывается влияние факторов и проводится оценка роли каждого из них на динамику результативного показателя.

Моделирование индексных систем осуществляется путем последовательного расчленения факторов исходной системы на факторы сомножители. В кратных моделях применяют различные способы преобразования: удлинения, формального разложения, расширения и сокращения.

Индексный анализ проводится с помощью факторных индексов, предложенных автором, с использованием методов факторного анализа: расчетной системы, цепной подстановки, способов абсолютных, относительных и процентных разниц.

11. Алгоритмы, используемые в детерминированной факторной теории и методологии индексов, позволяют проводить точный, а также широкий и всесторонний анализ любых простых и сложных показателей в различных сферах и отраслях экономики, социальной сфере, демографии и т.п. В диссертации показаны лишь некоторые возможности нового метода в трех областях: промышленности, сельском хозяйстве, банковской сфере. Прежняя методология не только грешила ошибками в расчетах, но и не обладала даже малой долей тех аналитических возможностей, которые открывает новый метод.

Так, используя факторный индекс грузооборота можно разложить результирующий показатель по восьми факторам. Факторный индекс стоимости позволяет проанализировать влияние шести факторов: численности рабочих; среднего числа дней, отработанных на одного рабочего; средней продолжительности рабочего дня; среднечасовой выработки; себестоимости и рентабельности на экономические результаты предприятий. Применение в анализе индекса валовой продукции растениеводства позволяет провести разложение по пяти факторам: посевная площадь культуры; площадь, на которой погибли посевы; урожайность культуры; себестоимость; рентабельность. Индексы валовой продукции животноводства, процентных платежей и процентных ставок разлагают результативный показатель на три-четыре фактора и также обладают широкими возможностями для экономического анализа.

Таким образом, изложенные выводы и результаты проведенного исследования выдвигают новую – детерминированную теорию и методологию экономических индексов, а также новые индексные методы исследования различных финансово-экономических показателей.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Агропромышленный комплекс. – В 2-х томах. – Изд.10. – Минск, 2010, 2011, 2012. – 284 с.
2. Адамов, В. Е. Анализ факторов динамики средней величины // Вестник статистики. – 1975. – № 5. – С. 52-66.
3. Адамов, В. Е. Некоторые «неразрешимые проблемы» статистической методологии // Вестник статистики. – 1986. – № 9. – С. 22-33.
4. Адамов, В. Е. Факторный индексный анализ: методология и проблемы / В. Е.Адамов. – М.: Статистика, 1977. – 200 с.
5. Аллен, Р. Экономические индексы. – Пер. с англ. – М.: Статистика, 1980. – 256 с.
6. Андриенко, В. К вопросу о достоверности индексов цен / В. Андриенко, И. Пилипенко // Вестник статистики. – 1990. – №3. – С. 55-60.
7. Андриенко, В. Е. Статистические индексы в экономических исследованиях / В. Е. Андриенко. – Киев: Наукова думка, 1983. – 232 с.
8. Бакланов, Г. И. Некоторые вопросы индексного метода / Г. И.Бакланов. – М.: Статистика, 1972. – 72 с.
9. Батуев, М. И. Индексы продукции и экономические барометры капиталистических стран. – Л.: АН СССР, 1941. – 168 с.
10. Бобров, С. П. Индексы Госплана. – М.: Изд-во Госплана СССР, 1925. – 118 с.
11. Большая Советская Энциклопедия. (в 30 томах). Гл. ред. А. М. Прохоров. Изд. 3-е. – М.: Советская энциклопедия, 1973.
12. Большой экономический словарь / Под ред. А. Н. Азрилияна. – 6 изд. доп. – М.: Институт новой экономики, 2004. – 1376 с.
13. Боули, А. Элементы статистики. – В 2-х томах. – Л.: Госиздат, 1930. – 658 с.
14. Боярский, А. Я. Теоретические исследования по статистике. – М.: Статистика, 1974. – 366 с.
15. Боярский, А. Я. Теория математической статистики / А. Я. Боярский, В. Н. Старовский, В. И. Хотимский, Б. С. Ястремский. – М., 1930.

16. Вентцель, Е. С. Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 617 с.
17. Виноградова, Н. М. О применении индексов в аналитических расчетах // Ученые записки по статистике АН СССР. – Т. 7. – М.: АН СССР, 1963. – С.191-246.
18. Виноградова, Н. М. Теория индексов. – М.: Гостехиздат, 1930. – 90 с.
19. Годин, А. М. Статистические средние другие величины и их применение в различных отраслях деятельности / А. М. Годин, В. Н. Русин, В. П. Соколин. – М.: Дашков и К, 2008. – 252 с.
20. Гранков, В. П. Средние величины в статистике. – М.: Госстатиздат, 1957. – 239 с.
21. Громыко, Г. Л. Индексы // Общая теория статистики / Под ред. А. Я. Боярского, Г. Л. Громыко. – М.: Изд-во МГУ, 1985. – 362 с.
22. Джини, К. Логика в статистике. – М.: Статистика, 1973. – 128 с.
23. Джини, К. Средние величины. – Пер. с итал. – М.: Статистика, 1970. – 677 с.
24. Дружинин, Н. К. Математическая статистика в экономике. Введение в матиматико-статистическую методологию. – М.: Статистика, 1971. – 264 с.
25. Дружинин, Н. К. Некоторые замечания о корреляции в экономических исследованиях // Вестник статистики. – 1979. – № 8. – С. 30-32.
26. Дружинин, Н. К. Развитие основных идей статистической науки – М.: Статистика, 1979. – 268с.
27. Дружинин, Н. К. Средние величины. – М.: Статистика, 1970. – 264 с.
28. Ежов, А. И. Вычисление рядов распределений. – М.: Статистика, 1973. – 189 с.
29. Елисеева, И. И. Комплексное использование индексного и регрессионного методов анализа. – Л.: ЛФЭИ, 1981. – 38 с.
30. Елисеева, И. И. Общая теория статистики / И. И. Елисеева, М. М. Юзбашев. – М.: Финансы и статистика, 1995. – 368 с.
31. Ершов, Э. Б. Вступительная статья // Кн. П.Кевеш. Теория индексов и практика экономического анализа: Пер. с венг. – М.: Финансы и статистика, 1990. – С.5-34.

32. Ершов, Э. Б. Математические вопросы международных сопоставлений экономических показателей. – М.: НИЭИ Госплана СССР, 1965.
33. Ефимова, М. Совершенствование индексного анализа динамики производительности труда // Вестник статистики. – 1987. – № 9. – С. 42-46.
34. Ефимова, М. Р. Индексы и их применение в статистико-экономических исследованиях / М. Р. Ефимова, И. М. Ипатова. – М.: МИУ, 1974. – 37 с.
35. Ефимова, М. Р. Общая теория статистики: Учебник / М. Р. Ефимова, Е. В. Петрова, В. Н. Румянцев. – М.: ИНФРА-М, 1996. – 547 с.
36. Захорошко, С. С. Анализ тестовой теории индексов // Белорусский экономический журнал. – № 3. – 2006. – С. 116-120.
37. Захорошко, С. С. Анализ экономической теории индексов // Проблемы управления. – № 3. – 2011. – С. 64-70.
38. Захорошко, С. С. Исследование недостатков теории и методологии экономических индексов // Проблемы управления. – январь-март 2010. – № 1. – С. 111-115.
39. Захорошко, С. С. Истоки индексного метода // Экономика. Финансы. Управление. – № 9. – 2005. – С. 112-114.
40. Захорошко, С. С. Методика анализа депозитов с помощью факторных индексов // Банковский вестник. – № 4 (513). – февраль, 2011. – С. 34-41.
41. Захорошко, С. С. Методика анализа кредитов с помощью факторных индексов // Банковский вестник. – № 13 (486). – май, 2010. – С. 46-52.
42. Захорошко, С. С. Методика анализа оборачиваемости кредитов с помощью индексов // Банковский вестник. – № 16 (453). – июнь, 2009. – С. 25-29.
43. Захорошко, С. С. Методика индексного анализа продукции растениеводства // Аграрная экономика. – № 11. – 2009. – С. 51-58.
44. Захорошко, С. С. Методология экономических индексов // Вести института современных знаний. – № 4. – 2006. – С. 147-151.

45. Захорошко, С. С. Несостоятельность агрегатных взвешенных индексов // Вестник белорусской государственной сельскохозяйственной академии. – № 4. – 2006. – С. 18-21.
46. Захорошко, С. С. Новые принципы конструирования и взвешивания индексов // Вести Института современных знаний. – № 2. – 2006. – С. 64-69.
47. Захорошко, С. С. Особенности некоторых индексных формул // Белорусский экономический журнал. – № 4. – 2005. – С. 114-118.
48. Захорошко, С. С. Особенности статистической теории индексов // Вести Института современных знаний. – № 1. – 2006. – С. 57-60.
49. Захорошко, С. С. Особенности стохастической теории индексов // Вести Института современных знаний. – № 4. – 2005. – С. 65-68.
50. Захорошко, С. С. Применение коэффициентов и индексов в анализе ритмичности производства // Труд. Профсоюзы. Общество. – № 2 (12). – 2006. – С. 44-47.
51. Захорошко, С. С. Сущность и функции индексов: инновационные подходы // Проблемы управления. – № 3. – 2006. – С. 147-151.
52. Захорошко, С. С. Управление процентной маржой с помощью индикаторов и индексов // Банковский вестник. – № 13 (522). – май, 2011. – С. 51-57.
53. Захорошко, С. С. Методика индексного анализа эффективности производства молока / С. С. Захорошко, Кузьмич Л. // Аграрная экономика. – № 3. – 2011. – С. 20-26.
54. Захорошко, С. С. Противоречия и недостатки агрегатной парадигмы индексов // Экономика и управление. – № 4. – 2006. – С. 51-58.
55. Иванов, Ю. Н. Обзор аксиоматической теории индексов // Вопросы статистики. – 1995. – № 10. – С. 25-39.
56. Ильевский, М. И. О цепном методе факторного анализа / М. И. Ильевский, Г. В. Ковалевский // Вопросы статистической методологии и статистико-экономического анализа. − Киев: КИНХ, 1969. − С. 50-59.

57. Ильевский, М. И. По поводу измерения влияния структурных сдвигов / М. И. Ильевский, Г. В. Ковалевский // Вестник статистики. – 1970. – № 1. – С. 34-38.
58. Иосики Номура Об индексном методе анализа по факторам // Ученые записки по статистике АН СССР. – Т. VI. – 1961.
59. Казинец, Л. С. Измерение структурных сдвигов в экономике. – М.: Экономика, 1969. – 164 с.
60. Казинец, Л. С. Индексирование взаимосвязанных показателей при частично несравнимом круге единиц (на примере исчисления индексов цен физического объема и стоимости продукции) // Вестник статистики. – 1961. – № 8. – С. 35-43.
61. Казинец, Л. С. Коэффициент корреляции и вопросы теории индексов // Ученые записки по статистике АН СССР. – Т. 1. – 1955.
62. Казинец, Л. С. О некоторых формальных приемах индексного анализа // Вестник статистики. – 1976. – № 12. – С. 25 35.
63. Казинец, Л. С. О факториальном анализе изменении сложных явлений // Ученые записки по статистике АН СССР. – Т. VII. – 1963.
64. Казинец, Л. С. Темпы роста и абсолютные приросты. – М.: Статистика, 1975.
65. Казинец, Л. С. Темпы роста и структурные сдвиги в экономике. – М.: Экономика, 1981. – 184 с.
66. Казинец, Л. С. Теория индексов. – М.: Госстатиздат, 1963. – 352 с.
67. Карапетян, Б. А. К критике А. Кетле и его школы, как представителей формально-математического направления буржуазной статистики. – М., 1974. – 143 с.
68. Карасев, А. И. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Статистика, 1979. – 367 с.
69. Карпенко, Б. И. Метод индексного анализа // Ученые записки по статистике АН СССР. – Т. 5. – М.: АН СССР, 1959. – С. 43-61.
70. Кауфман, А. А. Теория и методы статистики. – М-Л.: Госиздат, 1928. – 253 с.

71. Кевеш, П. Методологические проблемы исчисления индексов, применяемых при исследовании жизненного уровня // Сб. Жизненный уровень. Пер. с венг. – М.: Статистика, 1966. – С. 109-123.
72. Кевеш, П. Теория индексов и практика экономического анализа. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 279 с.
73. Кендалл, М. Дж. Статистические выводы и связи / М. Дж. Кендалл, А. Стьюарт. − Пер. с англ. − М.: Наука, 1973. − С. 374-375.
74. Кетле, А. Социальная физика или опыт исследования о развитии человеческих способностей. – Т. II. – Спб., 1912. – 425 с.
75. Ковалевский, Г. В. Индексный метод в социальной статистике // Сб. Проблемы социальной статистики. Ред. В. М. Симчера. – М.: Наука, 1986. – С. 151-162.
76. Ковалевский, Г. В. Индексный метод в экономике. – М.: Финансы и статистика, 1989. – 235 с.
77. Ковалевский, Г. В. О методологии построения индексов // Вестник статистики. − 1971. − № 8. − С. 55-58.
78. Ковалевский, Г. В. О первых индексных расчетах // Вестник статистики. – 1976. – № 9. – С. 62-66.
79. Ковалевский, Г. В. Системному анализу − систему методов // Вестник статистики. − 1978. − № 2. − С. 35-43.
80. Ковалевский, Г. В. Совершенствовать теорию и практику индексного метода // Вестник статистики. – 1988. – № 6. – С.20-28.
81. Ковалевский, Г. В. Три этапа в развитии индексного метода // Вестник статистики. – 1984. – № 6. – С. 50-57.
82. Ковель, П. В. Вопросы интерпретации многофакторных индексных моделей анализа аграрной экономики // Вопросы статистики. – 1998. – № 8. – С. 38-41.
83. Колесникова, И. И., Круглякова, Г. В. Статистика: учеб. пособие / - М.: Новое знание, 2005. – 208 с.
84. Конюс, А. А. Метод индексов цен и построение моделей потребления // Статистические методы в исследованиях труда, доходов и потребления. – М.: Наука, 1981. – С. 144-173.

85. Конюс, А. А. Индексы цен потребительского бюджета и теория гиперповерхностей постоянного уровня потребления // Сб. Статистическое изучение спроса и потребления. – М.: Наука, 1966. – С. 173-193.
86. Конюс, А. А. Проблема истинного индекса стоимости жизни // Экономический бюллетень Конъюнктурного ин-та. − 1924. − № 9-10. − С. 64-71.
87. Конюс, А. А. Теоретический индекс цен потребления и его применение в планировании платежеспособного спроса // Сб. Народнохозяйственные модели. Теоретические вопросы потребления. – Вып. 1. – М.: АН СССР, 1963. – С. 279-287.
88. Конюс, А. А. К проблеме покупательной силы денег / А. А. Конюс, С. С. Бюшгенс // Вопросы конъюнктуры. – 1926. – 2 (1).
89. Крокстон, А. Применение общей статистики / А. Крокстон, М. Коуден. – М.: Финстатинформ. – 1950. – 614 с.
90. Ленин, В. И. Полн. собр. соч. – Т. 27. – С. 195-196.
91. Леонтьев, В. Теоретические допущения и ненаблюдаемые факты // США − экономика, политика, идеология. − 1972. − № 9. − С. 104.
92. Лукомский, Я. И. Приложение теории больших чисел к расчету индексов // Ученые записки по статистике АН СССР. – Т. 1. – М.: АН СССР, 1955. – С. 193-220.
93. Малый, И. Г. О некоторых вопросах методологии экономических индексов // Вопросы экономики. – 1949. – № 5. – С. 21-35.
94. Манн, Т. Рассуждение о торговле Англии с Ост-Индией. Лондон, 1609 // Меркантилизм. − Л.: Соцэкгиз, 1935. − С. 114-133.
95. Маркс, К., Энгельс Ф. Соч. – Т. 33. – С. 175.
96. Маслов, П. П. Советские индексы. – М.: Моск. фин. ин-т, 1953.
97. Мересте, С. И. Применение индексной теории в экономическом анализе. (автореферат докторской диссертации). – Таллинн, 1969. – 108 с.
98. Мересте, У. Проблема разложения абсолютного прироста явления по факторам и ее решение в экономичесской статистике. – Таллин, 1961. – 98 с.

99. Мересте, У. И. К истории агрегатных индексов // Вестник статистики. − 1965. − № 2. − С. 67-69.
100. Мересте, У. И. Очерки по индексной теории // Труды Таллиннского политехн. ин-та. − Сер. Б, 1969. − № 29. − 171 с.
101. Мересте, У. И. Развитие индексной теории и некоторые вопросы повышения эффективности индексного метода // Вестник статистики. − 1972. − № 4. − С. 41-47.
102. Миллс, Ф. Статистические методы: Пер. с анг. – М.: Госстатиздат, 1958. – 497 с.
103. Митчель В. К методологии чисел показателей: Пер. с англ. // Вестник статистики. – 1925. – Кн. XXI. – №№ 4-6. – С. 57-80.
104. Мхитарян, В. С. Статистические методы в управлении качеством продукции. − М.: Финансы и статистика, 1982. – 119 с.
105. Некраш, Л. В. Курс общей теории статистики. – М.: Госпланиздат, 1939.
106. Немчинов, В. С. Избранные произведения в 6-ти томах. – Т. 2, Гл. 19 "Индексный метод анализа". – С. 380-406.
107. Никитин, С. М. Экономические индексы в капиталистических странах. − М.: Наука, 1965. − 332 с.
108. Никитин, С. М. Индексы цен и продукции в капиталистических странах / С. М. Никитин, Ц. П. Шпаковская. − М.: Наука, 1981. – 256 с.
109. Новожилов, В. В. Вопросы развития социалистической экономики. – М.: Наука, 1972.
110. Общая теория статистики: Учебник. / Под ред. Р. А. Шмойловой. – М., 1995. – 586 с.
111. Ожегов, С. И. Словарь русского языка: 70000 слов / Под ред. Н. Ю. Шведовой. − 23-е изд. − М.: Русский язык, 1990. – 917 с.
112. Пасхавер, И. С. Закон больших чисел и статистические закономерности. – М.: Статистика, 1966.
113. Пасхавер, И. С. Средние величины в статистике. – М.: Статистика, 1979. – 445 с.
114. Перегудов, В. Н. К вопросу о теории индексного метода // Ученые записки по статистике АН СССР. – Т. I. – 1955.

115. Перегудов, В. Н. О некоторых методологических ошибках в современной теории индексного анализа // Ученые записки по статистике АН СССР. –Т. 7. – М.: АН СССР, 1963. – С. 221-246.
116. Перегудов, В. Н. Теоретические вопросы индексного анализа. − М.: Госстатиздат, I960. – 267 с.
117. Плошко, Б. Г. Индексы. – Л.: ЛГУ, 1958.
118. Плошко, Б. Г. История статистики: Учеб. пособие / Б. Г. Плошко, И. Н. Елисеева. – М.: Финансы и статистика, 1990. – 323 с.
119. Раяцкас, Р. Л. Количественный анализ в экономике / Р. Л. Раяцкас, М. К. Плакунов – М.: Наука, 1987.
120. Рейхман, Дж. Применение статистики. – М.: Статистика, 1969. – 206 с.
121. Рябушкин, Т. В. Средние в статистике. – М.: Госстатиздат, 1954. – 160 с.
122. Рябушкин, Т. В. Теория и методы экономической статистики. − М.: Наука, 1977. – 529 с.
123. Рябушкин, Т. В. Очерки международной статистики / Т. В. Рябушкин, В. М. Симчера. − М.: Наука, 1981. − С. 340-403.
124. Рябушкин, Т. В. Статистические методы и анализ социально-экономических процессов / Т. В. Рябушкин, В. Н. Симчера, Е. А. Машихин. – М.: Наука, 1990. – 294 с.
125. Рябушкин, Т. В. Теоретические концепции в отечественной статистике / Т. В. Рябушкин, В. Н. Симчера, Е. А. Машихин. – М.: Наука, 1986. – 312 с.
126. Ряузов, Н. Н. Теоретические основы построения экономических индексов. – М.: ЦСУ СССР, 1987.
127. Сатуновский, Л. М. Вопросы индексного метода анализа экономических явлений // Ученые записки по статистике АНСССР. – Т. 1. – М.: АН СССР, 1955. – С. 48-64.
128. Савицкая, Г. В. Анализ хозяйственной деятельности предприятий АПК / Г. В. Савицкая. – Минск: Новое знание, 2009. – 680 с.
129. Сергеев, В. П. Индексы эквивалентных уровней цен и количества товаров // Вопросы статистики. – 1996. – № 12. – С. 25-30.

130. Сергеев, В. П. Об одном свойстве абсолютных значений индексных разностей // Основные вопросы статистической методологии. – Вып. 2. – М.: МИНХ им. Г.В: Плеханова, 1975. – С. 163-165.

131. Сергеев, В. П. Расчет общих индексов методом эквивалентного замещения // Сб. Экономические социальные проблемы российского общества. – Вып. 3. – Ярославль: Яр. филиал ВЗФЭИ, 2001. – С. 85-91.

132. Сергеев, В. П. Сводные индексы цен и объемов товаров // Сб. Экономические и социальные проблемы российского общества. – Вып. 2. – Ярославль: Яр. Филиал ВЗФЭИ, 2000. – С. 46-52.

133. Сергеев, В. П. Теоретические вопросы построения экономических индексов. Ярославль: Верхняя Волга, 2004. – 210 с.

134. Сергеев, В. П. Теоретические основы логарифмического детерминированного факторного анализа абсолютных приростов результативных показателей // Сб. Экономические и социальные проблемы российского общества. – Яр-вль: Яр. филиал ВЗФЭИ, 1998. – С. 34-39.

135. Сергеев, С. М. Совершенствование методов построения территориальных индексов // Вестник статистики. – 1986. – № 2. – С. 16-24.

136. Сиповская, И. В. Основные статистические показатели и методика их расчета (средние величины и индексы). − Л.: Изд-во ЛГУ, 1965. − 92 с.

137. Смит, М. Основы статистической методологии. – Вып.1. – М.: Государственное издательство, 1923. – 324 с.

138. Старков, Р. Индексы и неоклассическая экономическая теория поведения человека // Вопросы статистики. – 1996. – № 2. – С. 16-23.

139. Старовский, В. Н. Индексы // Теория математической статистики Учебник / Под ред. А. Я. Боярского. – М.: Планхозиздат, 1930. – С. 213-273.

140. Старовский, В. Н. О математическом оформлении индексных показателей // Вестник статистики. − 1929. − № 3-4. − С. 172-201.

141. Старовский, В. Н.. Теория и практика советской государственной статистики. – М.: Статистика, 1977. – 228 с.
142. Статистика: национальные счета, показатели и методы анализа /Н. П. Дащинская, М. М. Новиков, В. Н. Тамашевич и др. Под редакцией И. Е. Теслюка. – Мн.: БГЭУ, 1995. – 342 с.
143. Статистика: показатели и методы анализа: справ. пособие / Н. Н. Бондаренко [и др.]; под ред. М. М. Новикова. − Минск: Современная школа, 2005. − 628 с.
144. Статистический словарь / Гл. ред. Ю. А. Юрков. – М.: Финстатинформ, 1996. – 480 с.
145. Суслов, И. П. Общая теория статистики. − М.: Финансы и статистика, 1976. – 492 с.
146. Урланис, Б. Ц. Теория статистики. − М.: Финансы и статистика, 1979. – 560 с.
147. Фишер, И. Покупательная сила денег / Пер. с англ. − М.: Финиздат, 1926. – 400 с.
148. Фишер, И. Построение индексов / Пер. с англ. − М.: Изд-во ЦСУ СССР, 1928. − 464 с.
149. Хумал, А. К. Разделение прироста произведения // Ученые записки по статистике АН СССР. – Т. 8. – М.: АН СССР, 1964. – С. 206-212.
150. Цонев, В. За и против использования индексов в факториальном анализе / В. Цонев, П. Петров // Вестник статистики. – 1973. – № 1. – С. 16-19.
151. Черменский, В. Д. Индексы буржуазной статистики на службе капитала. – М.: Госстатиздат, 1954.
152. Четвериков, Н. С. Статистические исследования (теория и практика). – М.: Наука, 1975.
153. Четвериков, Н. С. Теоретические основы плана построения нового индекса розничных цен, конъюнктурного института // Экономический бюллетень конъюнктурного института. – 1924. – № 4. – С. 11-12.
154. Чупров, А. А. Очерки по теории статистики. – М.: Госстатиздат, 1959. – 267 с.
155. Шеремет, А. Д. Теория экономического анализа / А. Д. Шеремет. – М.: ИНФРА-М, 2002. – 333 с.

156. Шицман, С. Е. Проблемы факторного анализа и их решение // Вестник статистики. – 1992. – № 7. – С. 39-43.
157. Шицман, С. Е. К вопросам факторного анализа производства // Вестник статистики. – 1989. – № 10. – С. 64-70.
158. Шицман, С. Е. Совершенствование факторного анализа динамики производства // Вестник статистики. – 1987. – № 6. – С. 16-25.
159. Шицман, С. Е. Учет структурных сдвигов при индексном анализе совокупности // Вестник статистики. – 1993. – № 7. – С. 58-62.
160. Эдельгауз, Г., Курова, Л. В защиту статистических методов анализа влияния факторов / Г. Эдельгауз, Л. В. Курова // Вестник статистики. – 1985. – № 10. – С. 62-66.
161. Юзбашев, М. М. Методы изучения динамики распределений и зависимостей. – М.: Статистика, 1974. – 249 с.
162. Юл, Дж. Э. Теория статистики: Пер. с анг. / Дж. Э. Юл, М. Дж. Кендэл. – М.: Госстатиздат, 1960.
163. Юнг, А. А. Индексы // Сб. «Математические методы в статистике». / Под ред. Г. Л. Ритца, перевод С. П. Боброва. – М., Экономическая жизнь, 1927. – 375 с.
164. Яблонская, Г. Г. Эволюция индексов. Дисс на соиск ученой степени канд. экон. наук. – М., 1974. – 138 с.
165. Янсон, Ю. Э. Направления в научной обработке нравственной статистики. – Вып. 1. – Спб., 1871.
166. Янсон, Ю. Э. Теория статистики. – 1913.
167. Banerjee, K. S. Best linear unbiased index numbers and index numbers obtained through a factorial approach // Econometrica. − 1963. − № 4. − P. 712-718.
168. Banerjee, K. S. Cost of Moving index numbers. − New York: M. Dekker, 1975. – 179 p.
169. Banerjee, K. S. On The Factorial Approach Providing The True Index Of Cost Of Living. − Goltingen, 1980. – 114 p.
170. Banerjee, K. S. A Unified Statistical Approch to the Index Number Problem. Econometria, 1961, 28.
171. Banerjee, K. S. Precision in the Construction of Cost of Living Index Numbers. Sankhya, 1959, 21.

172. Bortkiewicz, L. V. Zweck and Strncktur einer Preisindexzahl, Nordisk Statistisk Tidskrift, Band 4, 1925. – P. 34-45.
173. Bowley, A. I. Elements of statistics. – London, P.S. King & Son, 1926. – 342 p.
174. Caves, D. W., Christensen L. R. and Diewert W. E. The economic theory of index numbers and the measurement of input, output and productivity. // Econometrics. – 1982. – P. 50.
175. Chisini, O. Sul concettio di media. – Periodico di Matematiche, 1929. – P. 18.
176. Crove, Walter R. Index numbers theory and applications. − London, 1965. − 368 p.
177. Davies, D. On an index of quality change. //Journal of the American Statistical Association. − 1939. − № 3. − P. 51-59.
178. Diewert, W. E. The economic theory of index numbers: a survey. Jn „Essay in the theory and Measurement of Consumer Behaviour in Honor of Sir Richard Stone". – London: Cambridge University Press, 1981.
179. Diewert, W. E. The treatment of seasonally in a cost-of-living index. In „Price Level Measurement". – Ottawa Statistics Canada, 1983.
180. Divisia, F. Lindice monetaire et la theorie de la monnaie //Revue d'Economie Politique. − 1925. − № 4. − P. 842-861; № 5. − P. 980-1008; № 6. − P. 1121-1151; 1926. − № 1. − P. 49-87.
181. Drobisch, M. W. Ueber einige Einwurfe gegen die in diesen Jahrbuchern veroffentlichte neue Methode, etc // Jahrbucher fur Nationalokonomie und Statistik. − 1871. − Bd. 16. - 3. 416 - 427.
182. Drobisch, M. W. Ueber Mittelgrossen und die Anwendbarkeit derselben auf die Berechnung des Steigens und Sinkens des Geldwerthes // Berichte ueber die Verhandlungen der K. Sachsischen Gesellschaft der Wissenschaften. Math. - physische Classe. − 1871. − Bd. 23. − S. 25-47.
183. Du Tot, C. F. Reflexions politiques sur les finances et le commerce. − La Haye, 1738. − T. I. − P. 365-377.
184. Duon, G. De la theorie a la pratique des indices statistiques. − Paris, 1955. − 155 p.

185. Edgeworth, F. Y. Measurement of Change in Value of Money. Papers Relating to Political Economy, v. I. – P.238-251.
186. Eichhorh, W. Functional Equations in Economics. Addison-Wesley Publishing Company, Inc. 1978.
187. Eichhorh, W. Zur axiomatischen Theorie des Preisindex // Demonstraiio Mathematica. – Warszawa. – 1973. –V. 6. – № 2. – S. 561-573.
188. Eichhorn, W., Voeller, J. Theory of the price index. − Berlin: Springer, 1976. – 95 p.
189. Fleetwood, B. W. Chronicon preciosum, etc. London, 1707. − P. 135-169.
190. Frish, R. Annual Survey of General Economic Theory: The Problem of Index Numbers, Econometrica, January, 1936, p.6.
191. Gini, C. On the circular test of index numbers // Metron. − 1931. − V. 9. − № 2. − P. 3-24.
192. Gini, C. Methods of Eliminating the Influence of Several Groups of Factors. // Econometrica, January, 1937. – P. 62-79.
193. Haberler G. Der Sinn der Indexzahlen. − Tubingen, 1927. – 134 s.
194. Jazairi, N. T. An empirical study of the conventional and statistical theories of index numbers //Bulletin Oxford University. − 1971. − V. 33. − № 3. − P. 181-195.
195. Jazairi, N. T. Index numbers // Encyclopedia of statistical sciences. − New York. − 1983. − V. 4. − P. 54-62.
196. Jevons, W. S. On the variation of prices and the value of the currency since 1782 // Journal of the Statistical Society. − 1865. − V. 28. − P. 294-298.
197. Joshi, Y. D. Concept of consumer price index and dearness allowance. − New Delhi, 1973. − VIII, 176 p.
198. Keynes, J. M. A treatise on money. - London, 1930. − V. 1. −Ch. 4-8. − P. 53-120.
199. Knibbs, G. H. The Nature of an Unequivocal Price-Index and Quantity-Index, Journal of the American Statistical Association, June, 1924, P. 204-214.
200. Kravis, I. B. Comparative studies of national incomes and prices. Journal of Economic Literature, 1984, P. 22.

201. Laspeyres, E. Die Berechnung einer mittleren Waarenpreissteigerung // Jahrbucher fur Nationalokonomie und Statistik. − 1871. − Bd. 16. − S. 296-314.
202. Lerner, A. P. A note on the theory of price index numbers. Review of Economic Studies, 1935, P. 3.
203. Leontief, W. W. Composite commodities and the problem of index numbers. Econometrica, 1936, P. 4.
204. Mudgett, B. D. Index numbers. − New York, 1951. − 135 p.
205. Montgomerу, J. К. The Mathematical Problem of the Price Index, London, 1937. – 78 p.
206. Moroney, V. J. Facts From Figures.- London, 1951. – 132 p.
207. Olivier, M. Les nombres indices de la variation des prix. − Paris, 1927. − 484 p.
208. Paasche, H. Ueber die Preisentwicklung der letzten Jahre nach den Hamburger Borsennotierungen // Jahrbucher fur National − okonomie und Statistik. − 1874. − Bd. 23. − S. 168-178.
209. Pierson, N. G. Further considerations on index numbers // Economic Journal, march 1896. − № 21. − P. 127-131.
210. Ruist, E., Hoover, E. D., Me Carthy, P. J. Index numbers // International encyclopedia of statistics. − New York. − 1978. − V. I. − P. 451-467.
211. Samuelson, P. A., Swamy, S. Invariant economic index numbers and canonical duality: survey and synthesis // American Economic Review. − 1974. − № 4. − P. 566-593.
212. Sato, K. Ideal index numbers that almost satisfy the factor reversal test. The Rev. Econ. and Statistics, 1974, v. 56, № 4.
213. Sato, K. The ideal log-change index number //Review of Economics and Statistics. − 1976. − № 2. − P. 223-228.
214. Swamy, S. Comparatibility of Fischer's Tests for Index Numbers Formula. // The Mathematics Student, 1940, v. VIII, № 3.
215. Theil, H. Best linear index numbers of prices and quantities// Econo metrica. − I960. − № 2. − P. 464-480.
216. Theil, H. System Wide Exploration in International Economics, Input-Output Analysis, and Marketing Research. Amsterdam; New York; Oxford, 1980.
217. Tornqvist, L. The bank of Finland's consumption price index // Bank of Finland Monthly Bulletin. − 1936. − V. 10. − P. 1-8.

218. Tornqvist, L., Vartia, P., Vartia, Y. How Should Relative Changes be Measured // The Amer. statistician. 1985. V. 39. № 1.
219. Vartia, P, Vartia Y. Measurement of Relative Changes: a Reply // The Amer. statistician. 1986. V 40. № 2.
220. Vartia, Y. O. Relative changes and economic indices. − Helsinki, 1974. − 116 p.
221. Vartia, Y. O. Ideal log-change index numbers // Scandinavian Jornal of Statistics. − 1976. − № 3. − P. 121-126.
222. Vogt, A. Das statistische Indexproblem im Zwei − Situationen − Fall. − Zurich, 1979. − 107 s.
223. Vogt, A. Der Wertindextreue - Test und eine Vereinfachung des Indexproblems // Statistische Hefte. − 1978. − H. 2. − S. 131-140.
224. Vogt, A. Zum Indexproblem: Geometrische Darstellung sowie eine neue Formel //Scliweizerische Zeitschrift fur Volks − wirtschaft und Statistik. − 1977. − H. 1. − S. 73-88.
225. Walsh, C. M. The Measurement of General Exchange Value. − New York, 1901. − 580 p.
226. Westergaard, H. Die Grundziige der Theorie dcr Statistik. − Jena, 1890. − S. 218-221.
227. Winkler, W. Indexzahlenprobleme // Statisticlie Vierteljahresschrift. − 1953. − № 1-2. − S. 10-24.
228. Winkler, W. Quelques observations critiques sur les nombres indices, Cahiers du seminaire d'econometrie, 1956, № 4, P. 43-53.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Аппроксимации индекса цен Ф.Дивизиа

Л.Торнквист (1936 г.)

Поскольку $I_p \cdot I_q = I_s$, то $\ln I_p \cdot \ln I_q = \ln I_s$. После преобразований

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{dI_p^D}{I_p^D} \approx \ln I_p^T = \sum_{i=1}^{n} \int_{t_0}^{t_1} \bar{d} \ln \frac{p_t}{p_{t-1}},$$

где

I_p^T – индекс цен Торнквиста;

p_t и p_{t-1} – цены за период *t* и *t-1;*

$\bar{d}$ – средний удельный вес стоимости отдельных товаров в их общей стоимости за два смежных периода *t* и *t-1.*

Величина $\bar{d}$ определяется по формуле

$$\bar{d} = \frac{d_t + d_{t-1}}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{p_t q_t}{\sum(p_t q_t)} + \frac{p_{t-1} q_{t-1}}{\sum(p_{t-1} q_{t-1})}\right),$$

где

d_t и d_{t-1} – удельные веса стоимости отдельных товаров в их общей стоимости за период *t* и *t-1.*

Д. Монтгомери (1937 г.)

$$I_p^M = I_s^{\frac{\sum(s_1 - s_0)\frac{\log i_p}{\log i_s}}{\sum(s_1 - s_0))}},$$

где

I_p^M – индекс цен Монтгомери;

$$I_s = \frac{\sum(q_1 p_1)}{\sum(q_0 p_0)};$$

s_1 и s_0 – отчетные и базисные стоимости продукции;

i_p и i_s индивидуальные индексы цен и стоимости продукции.

Ю.Вартиа и К.Сато (1974 г.)

$$\ln I_p^{V-C} = \sum \bar{d}_L \ln\frac{p_1}{p_0} = \sum\left(\frac{s_1 - s_0}{\ln s_1 - \ln s_0} : \frac{\sum s_1 - \sum s_0}{\ln\sum s_1 - \ln\sum s_0}\right)\cdot \ln\frac{p_1}{p_0},$$

где

I_p^{V-C} – индекс Вартиа-Сато;

$\bar{d}_L$ – логарифмическая характеристика среднего удельного веса стоимости товаров в их общей стоимости;

s_1 и s_0 – отчетные и базисные стоимости товаров.

Ю.Вартиа (1976 г.)

Величину $\bar{d}_L$ Вартиа рекомендует вычислять по формуле:

$$\bar{d}_L = \frac{d_1 - d_0}{\ln d_1 - \ln d_0} : \sum \frac{d_1 - d_0}{\ln\sum d_1 - \ln\sum d_0},$$

где

d_1 и d_0 – отчетные и базисные удельные веса стоимости отдельных видов продукции в их общей стоимости.

А. Фогт (1977 г.)

$$I_p^F = \sqrt{\frac{\sum(p_1q_1)}{\sum(p_0q_0)}\left(\frac{\sum(p_1q_0) + \sum(p_0q_1) + \sqrt{d}}{\sum(p_1q_0) + \sum(p_0q_1) - \sqrt{d}}\right)^{\frac{\Sigma(p_1q_0) - \Sigma(p_0q_1)}{2\sqrt{d}}}},$$

при $D > 0$

$$I_p^F = \sqrt{\frac{\sum(p_1q_1)}{\sum(p_0q_0)} \exp\frac{\sum(p_1q_0) - \sum(p_0q_1)}{\sum(p_1q_0) + \sum(p_0q_1)}}, \text{ при } D = 0$$

$$I_p^F = \sqrt{\frac{\sum(p_1q_1)}{\sum(p_0q_0)} \exp\left(\frac{\sum(p_1q_0) - \sum(p_0q_1)}{\sqrt{-D}} \operatorname{arctg}\frac{\sqrt{-D}}{\sum(p_1q_0) - \sum(p_0q_1)}\right)},$$

при $D = 0$,

где

I_p^F – «натуральный индекс» цен Фогта;

p_1 и p_0 – отчетная и базисная цена продукции;

q_1 и q_0 – отчетное и базисное количество продукции.

$$D = (\sum(p_1q_0) + \sum(p_0q_1))^2 - 4\sum(p_0q_0)\sum(p_1q_1).$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Алгоритмы индексов третьей генерации (взвешенные позиционные средние и скрещенные аддитивные и мультипликативные средние)

1. $\bar{G} = \prod P_{1/0}^{\bar{w}} = \sqrt{G_0} \cdot G_1$.

2. $G^{+} = \sqrt{G \dfrac{V}{G_q}}$,

где

$$\bar{w} = \frac{1}{2}(w_0 + w_1);$$

$$G_0 = \prod P_{1/0}^{w_0};$$

$$G_1 = \prod P_{1/0}^{w_1};$$

$$G = \prod P_{1/0}^{w};$$

$$V = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0};$$

$$G_q = \prod q_{1/0}^{w}.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Динамика индексируемых показателей при одинаковой рентабельности за 2010-2012 г.г.

Наименование показателей	Ед. из-мер	Периоды								
		2010 г.			2011 г.			2012 г.		
		Ткани шерстяные	Ткани шелковые	Ткани синтетические	Ткани шерстяные	Ткани шелковые	Ткани синтетические	Ткани шерстяные	Ткани шелковые	Ткани синтетические
Затраты на единицу продукции (z)	Руб.	36,0	20,0	7,8	39,0	21,0	8,0	46,0	23,0	7,0
Прибыль на единицу продукции (b)	Руб.	10,8	6	2,34	11,7	6,3	2,4	13,8	6,9	2,1
Рентабельность единицы продукции (r)	%	30,0	30,0	30,0	30,0	30,0	30,0	30,0	30,0	30,0
Цена единицы продукции (p)	Руб.	46,8	26	10,14	50,7	27,3	10,4	59,8	29,9	9,1
Объем продукции (q)	Млн. м.	9,0	6,0	8	10,0	6,0	12,0	12,1	6,0	8,55
Общие затраты (Z)	Млн. руб.	324,0	120,0	62,4	390,0	126,0	96,0	556,6	138,0	59,85
Общая прибыль (B)	Млн. руб.	97,2	36,0	18,72	117,0	37,8	28,8	166,98	41,4	17,96
Стоимость (V)	Млн. руб.	421,2	156,0	81,12	507,0	163,8	124,8	723,58	179,4	77,81

Источник: разработка автора

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

Динамика индексируемых показателей при разной рентабельности за 2010-2012 г.г.

Наименование показателей	Ед. измер	Периоды								
		2010 г.			2011 г.			2012 г.		
		Ткани шерстяные	Ткани шелковые	Ткани синтетические	Ткани шерстяные	Ткани шелковые	Ткани синтетические	Ткани шерстяные	Ткани шелковые	Ткани синтетические
Затраты на единицу продукции (z)	Руб.	36,0	20,0	7,8	39,0	21,0	8,0	46,0	23,0	7,0
Прибыль на единицу продукции (b)	Руб.	10,8	3	2,5	9,75	2,94	2,1	12,9	2,76	2,2
Рентабельность единицы продукции (r)	%	30,0	15	32,0	25	14,0	26,0	28,0	12,0	31,0
Цена единицы продукции (p)	Руб.	46,8	23	10,3	48,75	23,94	10,1	58,9	25,76	9,2
Объем продукции (q)	Млн. м.	9,0	6,0	8	10,0	6,0	12,0	12,1	6,0	8,55
Общие затраты (Z)	Млн. руб.	324,0	120,0	62,4	390,0	126,0	96,0	556,6	138,0	59,85
Общая прибыль (B)	Млн. руб.	97,2	18,0	20,0	97,5	17,64	25,2	156,09	16,56	18,81
Среднесписочная численность рабочих (l)	Чел.	10	20	10	10	21	12	11	22	9
Среднегодовая выработка рабочего (t)	Тыс. м.	900	300	800	1000	286	1000	1100	273	950
Количество отработанных дней одним рабочим за год (k)	Чел. дней	223,2	224,0	224,0	223,8	225,0	223,9	223,6	223,5	224,5
Среднедневная выработка продукции одним рабочим (g)	Тыс. м.	4,03	1,34	3,57	4,47	1,27	4,47	4,.92	1,22	4,23
Средняя продолжит. рабочего дня (d)	Ч.	7,60	7,55	7,70	7,55	7,50	7,60	7,56	7,50	7,60
Среднечасовая выработка (c)	Тыс. м.	0,531	0,177	0,464	0,592	0,169	0,588	0,651	0,163	0,556
Стоимость (V)	Млн. руб.	421,2	138,0	82,4	487,5	143,64	121,2	712,7	154,56	78,66

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

Каталог многофакторных индексов Захорошко (четыре и более факторов)

Название факторного индекса	Алгоритм	Примечание	Количество факторов
Индекс прибыли	$I_B = \sum \frac{(z_1 r_1) \cdot (l_1 t_1)}{(z_0 r_0) \cdot (l_0 t_0)} \cdot Y_B$	z_1, z_0 и r_1, r_0– затраты на единицу продукции и рентабельность продукции; l_1, l_0 и t_1, t_0 – численность рабочих и средняя выработка на одного рабочего, соответственно, в отчетном и базисном периоде.	4
Индекс стоимости	$I_V = \sum \frac{z_1(1+r_1) \cdot (l_1 t_1)}{z_0(1+r_0) \cdot (l_0 t_0)} \cdot Y_V.$	Обозначения те же.	4
Индекс банковских процентных платежей	$I_P = \sum \frac{\frac{\frac{Д_1 \cdot T_1 \cdot P_1}{360 \cdot 100} \cdot O_1}{Д_1}}{\frac{\frac{Д_0 \cdot T_0 \cdot P_0}{360 \cdot 100} \cdot O_0}{Д_0}} \cdot Y_{P_i}$	$Д_0$ и $Д_1$ – сумма депозитов (кредитов, векселей); T_0 и T_1 – срок депозитов (кредитов, векселей), в долях года; P_0 и P_1 – процентная ставка по депозитам (кредитам, векселям), коэф.; O_1 и O_0– число оборотов депозитов (кредитов) в течение года, соответственно, в отчетном и базисном периоде.	4
Индекс продукции животноводст-ва	$I_V = \sum \frac{z_1(1+r_1) q_1 m_1}{z_0(1+r_0) q_0 m_0} \cdot Y_V$	Z_1 и Z_1- затраты на выход единицы продукции, r_1 и r_0- рентабельность единицы продукции, q_1 и q_0 – поголовье животных, m_1 и m_0 – продуктивность животных, соответственно в отчетном и базисном периоде.	4

Индекс объема производства молока	$I_V = \sum \frac{z_1(1+r_1)n_1m_1}{z_0(1+r_0)n_0m_0} \times Y_V$	V - объем производства молока в стоимостном выражении; z - себестоимость 1 ц молока; r - уровень рентабельности производства 1 ц молока; n - поголовье коров основного стада; m - среднегодовой удой молока от одной коровы;	4
Индекс рентабельности реализованной продукции	$I_{R_v} = \sum \frac{\frac{z_1r_1b_1}{q_1p_1}}{\frac{z_0r_0b_0}{q_0p_0}} \cdot Y_{R_v}$	Обозначения те же.	5
Индекс валовой продукции растениеводства	$I_V = \sum \frac{(t_1 - t_{r1})S_1z_1(1+r_1)}{(t_0 - t_{r0})S_0z_0(1+r_0)} \cdot Y_V,$	t_1 и t_0- посевная площадь культуры; $t_{г1}$ и $t_{г0}$ - площадь, на которой погибли посевы; S_1 и S_0 - урожайность культуры, соответственно в отчетном и базисном периоде.	5
Индекс объема тракторных работ	$I_{ОТР} = \sum \frac{КТ_1 \cdot КОД_1 \cdot К_{см1} \cdot ПС_1 \cdot ЧВ_1}{КТ_0 \cdot КОД_0 \cdot К_{см0} \cdot ПС_0 \cdot ЧВ_0} \cdot Y_{ОТР}$	$КТ_1$ и $КТ_0$ - среднегодовое количество тракторов, $КОД_1$ и $КОД_0$ - количество отработанных дней трактором за год, $К_{см1}$ и $К_{см0}$ - коэффициент сменности, $ПС_1$ и $ПС_0$ - средняя продолжительность смены, $ЧВ_1$ и $ЧВ_0$ - среднечасовая выработка трактора, соответственно в отчетном и базисном периоде.	5
Индекс стоимости	$I_v = \sum \frac{(l_1A_1D_1C_1) \cdot z_1(1+r_1)}{(l_0A_0D_0C_0) \cdot z_0(1+r_0)} \cdot Y_v$	A_1 и A_0– среднее число дней, отработанных на одного рабочего; D_1 и D_0– средняя продолжительность рабочего дня, в часах; C_1 и C_0- среднечасовая выработка на одного рабочего соответственно в отчетном и базисном периоде.	6

Индекс рентабельности реализованной продукции	$I_{R_V} = \sum \dfrac{\dfrac{z_1 r_1 b_1}{l_1 t_1 p_1}}{\dfrac{z_0 r_0 b_0}{l_0 t_0 p_0}} \cdot Y_{R_V}$	Обозначения те же.	6
Индекс рентабельности реализованной продукции	$I_{R_V} = \sum \dfrac{\dfrac{z_1 r_1 b_1}{(l_1 a_1 d_1 c_1) \cdot z_1 (1 + r_1)}}{\dfrac{z_0 r_0 b_0}{(l_0 a_0 d_0 c_0) \cdot z_0 (1 + r_0)}} \cdot Y_{R_V}$	Обозначения те же.	7
Индекс объема грузооборота	$I_e = \sum \dfrac{A_1 D_1 W_1 K_{p1} C_{k1} K_{w1} E_1 K_{e1}}{A_0 D_0 W_0 K_{p0} C_{k0} K_{w0} E_0 K_{e0}} \cdot Y_e$	A_1 и A_0– среднегодовое количество машин; D_1 и D_0– количество отработанных дней в среднем одной машиной за год; W_1 и W_0 – средняя продолжительность рабочего дня; K_{p1} и K_{p0}– коэффициент использования рабочего времени; C_{k1} и C_{k0} – среднетехническая скорость движения; K_{w1} и K_{w0} – коэффициент использования пробега; E_1 и E_0 – средняя грузоподъемность машины; K_{e1} и K_{e0} – коэффициент использования грузоподъемности машин, соответственно в отчетном и базисном периоде.	8

Источник: разработка автора

ПРИЛОЖЕНИЕ 6

Каталог наиболее распространенных простых и факторных индексов (индексы Захорошко)

Название индекса	Алгоритм	Примечание
1	2	3
Простые индексы		
Индекс урожайности	$I_y = \sum \frac{y_1}{y_0} K_y$	y_1, y_0 - урожайность, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс площади земельных угодий (площади пашни)	$I_s = \sum \frac{s_1}{s_0} K_s$	s_1, s_0 – площадь земельных угодий (площадь пашни), соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс поголовья животных	$I_g = \sum \frac{g_1}{g_0} K_g$	e_1, e_0 – поголовье животных, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс среднегодовых удоев	$I_м = \sum \frac{м_1}{м_0} K_м$	$м_1$, $м_0$ – среднегодовые удои, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс среднедневных приростов	$I_w = \sum \frac{w_1}{w_0} K_w$	w_1, w_0 – среднедневной прирост, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс валового прироста	$I_W = \sum \frac{w_1 \cdot 365}{w_0 \cdot 365} \cdot K_w$	Обозначения те же
Индекс затрат на единицу продукции	$I_z = \sum \frac{z_1}{z_0} K_z$	z_1, z_0 - затраты на единицу продукции, соответственно в отчетном и базисном периоде.

продолжение приложения 6

1	2	3
Индекс прибыли на единицу продукции	$I_b = \sum \frac{b_1}{b_0} K_b$	b_1, b_0 – прибыль на единицу продукции, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс объема продукции	$I_q = \sum \frac{q_1}{q_0} K_q$	q_1, q_0 – объем продукции, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс цен	$I_p = \sum \frac{p_1}{p_0} K_p$	p_1, p_0 – цены на продукцию, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс стоимости продукции	$I_V = \sum \frac{v_1}{v_0} \cdot K_V$	v_1, v_0 – стоимость продукции, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс валовой продукции животноводства	$I_{Vg} = \sum \frac{vg_1}{vg_0} \cdot K_{Vg}$	vg_1, vg_0 – стоимость валовой продукции животноводства, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс нормативов (эталонов)	$I_n = \frac{n_{факт}}{n_{нормат}} K_{ni}$ или $I_n = \frac{n_{нормат}}{n_{факт}} K_{ni}$	$n_{факт}$ – фактическое выполнение норматива; $n_{нормат}$ – доведенный уровень норматива.
Индекс капиталообеспе-ченности	$I_{КО} = \sum \frac{КО_{1_k}}{КО_{0_k}} \cdot K_{КО}$	$КО_{1_k}$ - капиталообеспеченность к – го года, которую сравнивают с базисной; $КО_{0_k}$ - базисная капиталообеспеченность к – го года;

1	2	3
Индекс капиталовооруженности	$I_{КВ} = \sum \frac{КВ_{1_k}}{КВ_{0_k}} \cdot K_{КВ_i}$	$КВ_{1_k}$ - капиталовооруженность к – го года, которую сравнивают с базисной; $КВ_{0_k}$ - базисная капиталовооруженность к – го года;
Индекс энергообепеченности	$I_{ЭО} = \sum \frac{ЭО_{1_k}}{ЭО_{0_k}} \cdot K_{ЭО_i}$	$ЭО_{1_k}$ - энергообеспеченность к – го года, которую сравнивают с базисной; $ЭО_{0_k}$ - базисная энергообеспеченность к – го года;
Индекс энерговооруженности	$I_{ЭВ} = \sum \frac{ЭВ_{1_k}}{ЭВ_{0_k}} \cdot K_{ЭВ_i}$	$ЭВ_{1_k}$ - энерговооруженность к – го года, которую сравнивают с базисной; $ЭВ_{0_k}$ - базисная энерговооруженность к – го года;
Простые составные индексы		
Индекс заемного капитала	$I_{зк} = \sum \frac{ДК_{2015}}{ДК_{2014}} \cdot Y_{зк} + \frac{КК_{2015}}{КК_{2014}} \cdot Y_{зк} + \frac{Л_{2015}}{Л_{2014}} \cdot Y_{зк} + \frac{КЗ_{2015}}{КЗ_{2014}} \cdot Y_{зк}$	ДК - долгосрочные кредиты; КК - краткосрочные кредиты; Л - лизинг; КЗ – кредиторская задолженность; - удельный вес i – го элемента индекса в сумме всех элементов.

продолжение приложения 6

1	2	3
Индекс состава себестоимости продукции животноводства	$I_{ссж}=\sum\frac{МЗ_{2015}}{МЗ_{2014}}\cdot Y_{cc}+\frac{ЗП_{2015}}{ЗП_{2014}}\cdot Y_{cc}+...+\frac{К_{2015}}{К_{2014}}\cdot Y_{cc}+\frac{А_{2015}}{А_{2014}}\cdot Y_{cc}$	МЗ – расходы на сырье и материалы; ЗП – расходы на заработную плату; К – расходы на корма; А – амортизационные расходы. Y_{cc} - удельный вес i – го элемента индекса в сумме всех элементов.
Индекс состава себестоимости продукции растениеводства	$I_{сср}=\sum\frac{МЗ_{2015}}{МЗ_{2014}}\cdot Y_{cc}+\frac{ЗП_{2015}}{ЗП_{2014}}\cdot Y_{cc}+...+\frac{РУ_{2015}}{РУ_{2014}}\cdot Y_{cc}+\frac{А_{2015}}{А_{2014}}\cdot Y_{cc}$	МЗ – расходы на сырье и материалы; ЗП – расходы на заработную плату; РУ – расходы на удобрения; А – амортизационные расходы. Y_{cc} - удельный вес i – го элемента индекса в сумме всех элементов.
Простые цепные индексы		
Индекс кредиторской задолженности	$I_{кз}=\sum\frac{КЗ_{2015}}{КЗ_{2014}}\cdot Y_i+\frac{КЗ_{2014}}{КЗ_{2013}}\cdot Y_i$	КЗ - кредиторская задолженность; Y_i - удельный вес i – го элемента индекса в сумме всех элементов.
Индекс годового фонда заработной платы	$I_{ГФРВ}=\sum\frac{(СЧР\cdot Д\cdot СПРД)_{2015}}{(СЧР\cdot Д\cdot СПРД)_{2014}}\cdot Y_i+\frac{(СЧР\cdot Д\cdot СПРД)_{2014}}{(СЧР\cdot Д\cdot СПРД)_{2013}}\cdot Y_i=$ $=\sum\frac{ГФРВ_{2015}}{ГФРВ_{2014}}\cdot Y_i+\frac{ГФРВ_{2014}}{ГФРВ_{2013}}\cdot Y_i$	ГФРВ – годовой фонд рабочего времени, час.; СЧР – средняя численность рабочих, чел.; Д - количество отработанных дней одним рабочим за год; СПРД – средняя продолжительность рабочего дня, час.

продолжение приложения 6

1	2	3
Индекс среднегодовой выработки продукции на одного работника	$I_{СГВП} = \sum \frac{(УВР \cdot Д \cdot СПРД \cdot ЧВП)_{2015}}{(УВР \cdot Д \cdot СПРД \cdot ЧВП)_{2014}} \cdot Y_i + \frac{(УВР \cdot Д \cdot СПРД \cdot ЧВП)_{2014}}{(УВР \cdot Д \cdot СПРД \cdot ЧВП)_{2013}} \cdot Y_i = \sum \frac{СГВП_{2015}}{СГВП_{2014}} \cdot Y_i + \frac{СГВП_{2014}}{СГВП_{2013}} \cdot Y_i$.	СГВП – среднегодовая выработка продукции на одного работника; УВР – удельный вес рабочих в общей численности персонала; ЧВП – часовая выработка продукции.
Факторные индексы		
Индекс валовой продукции растениеводства	$I_{Vr} = \sum \frac{vr_1}{vr_0} \cdot K_{Vr}$	vr_1, vr_0 – стоимость валовой продукции растениеводства, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс прибыли	$I_B = \sum \frac{(z_1 r_1) \cdot (l_1 t_1)}{(z_0 r_0) \cdot (l_0 t_0)} \cdot Y_B$	r_1, r_0 – рентабельность продукции, соответственно в отчетном и базисном периоде; l_1, l_0 и t_1, t_0 – численность рабочих и средняя выработка на одного рабочего, соответственно, в отчетном и базисном периоде.
Индекс стоимости	$I_V = \sum \frac{z_1(1 + r_1) \cdot (l_1 t_1)}{z_0(1 + r_0) \cdot (l_0 t_0)} \cdot Y_V$.	Обозначения те же.
Индекс продукции животноводства	$I_V = \sum \frac{z_1(1 + r_1) q_1 m_1}{z_0(1 + r_0) q_0 m_0} \cdot Y_V$	Z_1 и Z_1- затраты на выход единицы продукции, r_1 и r_0- рентабельность единицы продукции, q_1 и q_0 – поголовье животных, m_1 и m_0 – продуктивность животных, соответственно в отчетном и базисном периоде.

продолжение приложения 6

1	2	3
Индекс объема производства молока	$I_V = \sum \frac{z_1(1+r_1)n_1 m_1}{z_0(1+r_0)n_0 m_0} \times Y_V$	V - объем производства молока в стоимостном выражении; z - себестоимость 1 ц молока; r - уровень рентабельности производства 1 ц молока; n - поголовье коров основного стада; m - среднегодовой удой молока от одной коровы;
Индекс рентабельности реализованной продукции	$I_{R_v} = \sum \frac{\frac{z_1 r_1 b_1}{q_1 p_1}}{\frac{z_0 r_0 b_0}{q_0 p_0}} \cdot Y_{R_v}$	Обозначения те же.
Индекс валовой продукции растениеводства	$I_V = \sum \frac{(t_1 - t_{r1})S_1 z_1(1+r_1)}{(t_0 - t_{r0})S_0 z_0(1+r_0)} \cdot Y_V,$	t_1 и t_0- посевная площадь культуры; tr_1 и tr_0 - площадь, на которой погибли посевы; S_1 и S_0 - урожайность культуры, соответственно в отчетном и базисном периоде.
Индекс объема тракторных работ	$I_{ОТР} = \sum \frac{КТ_1 \cdot КОД_1 \cdot К_{см1} \cdot ПС_1 \cdot ЧВ_1}{КТ_0 \cdot КОД_0 \cdot К_{см0} \cdot ПС_0 \cdot ЧВ_0} \cdot Y_{ОТР}$	$КТ_1$ и $КТ_0$ - среднегодовое количество тракторов, $КОД_1$ и $КОД_0$ - количество отработанных дней трактором за год, $Ксм_1$ и $Ксм_0$ - коэффициент сменности, $ПС_1$ и $ПС_0$ - средняя продолжительность смены, $ЧВ_1$ и $ЧВ_0$ - среднечасовая выработка трактора.
Индекс стоимости	$I_v = \sum \frac{(l_1 A_1 D_1 C_1) \cdot z_1(1+r_1)}{(l_0 A_0 D_0 C_0) \cdot z_0(1+r_0)} \cdot Y_v$	A_1 и A_0– среднее число дней, отработанных на одного рабочего; D_1 и D_0– средняя продолжительность рабочего дня, в часах; C_1 и C_0- среднечасовая выработка на одного рабочего соответственно в отчетном и базисном периоде.

продолжение приложения 6

1	2	3
Индекс рентабельности реализованной продукции	$I_{R_V} = \sum \frac{\frac{z_1 r_1 b_1}{l_1 t_1 p_1}}{\frac{z_0 r_0 b_0}{l_0 t_0 p_0}} \cdot Y_{R_V}$	Обозначения те же.
Индекс рентабельности реализованной продукции	$I_{R_V} = \sum \frac{\frac{z_1 r_1 b_1}{(l_1 a_1 d_1 c_1) \cdot z_1 (1 + r_1)}}{\frac{z_0 r_0 b_0}{(l_0 a_0 d_0 c_0) \cdot z_0 (1 + r_0)}} \cdot Y_{R_V}$	Обозначения те же.
Индекс объема грузооборота	$I_e = \sum \frac{A_1 D_1 W_1 K_{p1} C_{k1} K_{w1} E_1 K_{e1}}{A_0 D_0 W_0 K_{p0} C_{k0} K_{w0} E_0 K_{e0}} \cdot Y_e$	A_1 и A_0– среднегодовое количество машин; D_1 и D_0– количество отработанных дней в среднем одной машиной за год; W_1 и W_0 – средняя продолжительность рабочего дня; K_{p1} и K_{p0}– коэффициент использования рабочего времени; C_{k1} и C_{k0} – среднетехническая скорость движения; K_{w1} и K_{w0} – коэффициент использования пробега; E_1 и E_0 – средняя грузоподъемность машины; K_{e1} и K_{e0} – коэффициент использования грузоподъемности машин, соответственно в отчетном и базисном периоде.

продолжение приложения 6

1	2	3
Индексы пространственного сравнения		
Индекс среднегодовых удоев молока в сравнении с передовым хозяйством района	$I_{\text{в сравнении с передовым хозяйством района}} = \sum \frac{M_{1к}}{M_{0_к}} \cdot K_{m_i} = \frac{M_{1_{2011}}}{M_{0_{2011}}} \cdot K_{m_1} + \frac{M_{1_{2012}}}{M_{0_{2012}}} \cdot K_{m_2} + \ldots + \frac{M_{1_{2015}}}{M_{0_{2015}}} \cdot K_{m_5}$	M_{1_k} - среднегодовые удои молока к – го года, которые сравнивают с базисными; M_{0_k} - базисные среднегодовые удои молока к – го года; K_{m_i} - коэффициент, отражающий удельный вес каждого элемента $\frac{M_{1_k}}{M_{0_k}}$ в сумме всех элементов $\frac{M_{1_k}}{M_{0_k}}$. То есть $K_{s_i} = \frac{\frac{M_{1_k}}{M_{0_k}}}{\sum \frac{M_{1_k}}{M_{0_k}}}$ по i – ому слагаемому;
Индекс валового прироста (по продукции животноводства)	$I_{W^{КРС}_{\text{в целом по стране}}} = \sum \frac{W_{1к}}{W_{0_к}} \cdot K_{W_i} = \frac{W_{1_{2011}}}{W_{0_{2011}}} \cdot K_{W_1} + \frac{W_{1_{2012}}}{W_{0_{2012}}} \cdot K_{W_2} + \ldots + \frac{W_{1_{2015}}}{W_{0_{2015}}} \cdot K_{W_5}$	W_{1_k} - привесы к – го года, которые сравнивают с базисными; W_{0_k} - базисные привесы к – го года;

продолжение приложения 6

1	2	3
		K_{W_i} - коэффициент, отражающий удельный вес каждого элемента $\frac{W_{1_k}}{W_{0_k}}$ в сумме $\frac{W_{1_k}}{W_{0_k}}$. То есть $K_{W_i} = \frac{\frac{W_{1_k}}{W_{0_k}}}{\sum \frac{W_{1_k}}{W_{0_k}}}$ по i – ому слагаемому;
Индекс валового прироста (по продукции животноводства)	$I_{W^{КРС}_{по\ району}} = \sum \frac{W_{1к}}{W_{0_к}} \cdot K_{W_i} = \frac{W_{1_{2011}}}{W_{0_{2011}}} \cdot K_{W_1} + \frac{W_{1_{2012}}}{W_{0_{2012}}} \cdot K_{W_2} + ... + \frac{W_{1_{2015}}}{W_{0_{2015}}} \cdot K_{W_5}$	Обозначения те же
Индекс среднедневных приростов в сравнении с передовым хозяйством района	$I_{W^{КРС}_{в\ сравнении\ с\ передовым\ хозяйством\ района}} = \sum \frac{W_{1к}}{W_{0_к}} \cdot K_{W_i} = \frac{W_{1_{2011}}}{W_{0_{2011}}} \cdot K_{W_1} + \frac{W_{1_{2012}}}{W_{0_{2012}}} \cdot K_{W_2} + ... + \frac{W_{1_{2015}}}{W_{0_{2015}}} \cdot K_{W_5}$	Обозначения те же

продолжение приложения 6

1	2	3
Индекс капиталообеспеченности	$I_{КО \text{ в среднем по району}} = \frac{КО_{1_{2011}}}{КО_{0_{2011}}} \cdot К_{КО_1} + \frac{КО_{1_{2012}}}{КО_{0_{2012}}} \cdot К_{КО_2} + ... + \frac{КО_{1_{2015}}}{КО_{0_{2015}}} \cdot К_{КО_5}$ $I_{КО \text{ в сравнении с передовым хозяйством района}} = \frac{КО_{1_{2011}}}{КО_{0_{2011}}} \cdot К_{КО_1} + \frac{КО_{1_{2012}}}{КО_{0_{2012}}} \cdot К_{КО_2} + ... + \frac{КО_{1_{2015}}}{КО_{0_{2015}}} \cdot К_{КО_5}$	$КО_{1_k}$ - капиталообеспеченность к – го года, которую сравнивают с базисной; $КО_{0_k}$ - базисная капиталообеспеченность к – го года;
Индекс капиталовооруженности	$I_{КВ \text{ в среднем по району}} = \frac{КВ_{1_{2011}}}{КВ_{0_{2011}}} \cdot К_{КВ_1} + \frac{КВ_{1_{2012}}}{КВ_{0_{2012}}} \cdot К_{КВ_2} + ... + \frac{КВ_{1_{2015}}}{КВ_{0_{2015}}} \cdot К_{КВ_5}$ $I_{КВ \text{ в сравнении с передовым хозяйством района}} = \frac{КВ_{1_{2011}}}{КВ_{0_{2011}}} \cdot К_{КВ_1} + \frac{КВ_{1_{2012}}}{КВ_{0_{2012}}} \cdot К_{КВ_2} + ... + \frac{КВ_{1_{2015}}}{КВ_{0_{2015}}} \cdot К_{КВ_5}$	$КВ_{1_k}$ - капиталовооруженность к – го года, которую сравнивают с базисной; $КВ_{0_k}$ - базисная капиталовооруженность к – го года;
Индекс энергообеспеченности	$I_{ЭО \text{ в среднем по району}} = \frac{ЭО_{1_{2011}}}{ЭО_{0_{2011}}} \cdot К_{ЭО_1} + \frac{ЭО_{1_{2012}}}{ЭО_{0_{2012}}} \cdot К_{ЭО_2} + ... + \frac{ЭО_{1_{2015}}}{ЭО_{0_{2015}}} \cdot К_{ЭО_5}$ $I_{ЭО \text{ в сравнении с передовым хозяйством района}} = \frac{ЭО_{1_{2011}}}{ЭО_{0_{2011}}} \cdot К_{ЭО_1} + \frac{ЭО_{1_{2012}}}{ЭО_{0_{2012}}} \cdot К_{ЭО_2} + ... + \frac{ЭО_{1_{2015}}}{ЭО_{0_{2015}}} \cdot К_{ЭО_5}$	$ЭО_{1_k}$ - энергообеспеченность к – го года, которую сравнивают с базисной; $ЭО_{0_k}$ - базисная энергообеспеченность к – го года;

продолжение приложения 6

1	2	3
Индекс энерговооруженности	$I_{ЭВ\ \text{в среднем по району}} = \frac{ЭВ_{1_{2011}}}{ЭВ_{0_{2011}}} \cdot K_{ЭВ_1} + \frac{ЭВ_{1_{2012}}}{ЭВ_{0_{2012}}} \cdot K_{ЭВ_2} + \ldots + \frac{ЭВ_{1_{2015}}}{ЭВ_{0_{2015}}} \cdot K_{ЭВ_5}$ $I_{ЭВ\ \text{в сравнении с передовым хозяйством района}} = \frac{ЭВ_{1_{2011}}}{ЭВ_{0_{2011}}} \cdot K_{ЭВ_1} + \frac{ЭВ_{1_{2012}}}{ЭВ_{0_{2012}}} \cdot K_{ЭВ_2} + \ldots + \frac{ЭВ_{1_{2015}}}{ЭВ_{0_{2015}}} \cdot K_{ЭВ_5}$	$ЭВ_{1_k}$ - энерговооруженность к – го года, которую сравнивают с базисной; $ЭВ_{0_k}$ - базисная энерговооруженность к – го года;

Источник: разработка автора

Научное издание

Захорошко Сергей Семенович

ТЕОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ ИНДЕКСОВ

Монография

Компьютерная верстка: С. С. Захорошко

Подписано в печать 09.10.2018
Формат 60×84/16. Бумага офсетная.
Печать Riso. Усл. печ. л. 15,69. Уч.-изд. л. 13,76.
Тираж 100 экз. Заказ 4767

ISBN 978-985-537-057-5

Издатель и полиграфическое исполнение:

Учреждение образования
«Гродненский государственный
аграрный университет»
Свидетельство о государственной
регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий
№ 1/304 от 22.04.2014.
Ул. Терешковой, 28, 230008, г. Гродно.