

УДК 517.97:378.147

## **О ВАЖНОСТИ ИЗУЧЕНИЯ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ БАКАЛАВРАМИ**

**А.А. Хватцев**

ФГБОУ ВО «Псковский государственный университет» (Россия,  
180000, г. Псков, пл. Ленина, д. 2; e-mail: a.hwattcev@yandex.ru)

Аннотация. В работе обосновывается изучение вариационного исчисления бакалаврами, обучающимися в университетах на направлениях с повышенным объёмом математических дисциплин. Приведён анализ учебного пособия по вариационному исчислению, разработанного автором для подготовки бакалавров по направлению 02.03.01 «Математика и компьютерные науки».

Ключевые слова: вариационное исчисление, подготовка бакалавров, учебные пособия

## **ON THE IMPORTANCE of STUDYING of VARIATION CALCULUS by BACHELORS**

**A. Khvattcev**

Pskov State University, (Russia, 180000, Pskov, 2 Lenin square; e-mail:  
a.hwattcev@yandex.ru)

Summary. The work substantiates the study of variation calculus by bachelors studying at universities in areas with an increased volume of mathematical disciplines. The analysis of the textbook on variation calculus, developed by the author for the preparation of bachelors in the direction of 02.03.01 «Mathematics and computer science», is given.

Key words: Variation Calculus, Bachelor, Bachelor's training, tutorials

Вариационное исчисление является одним из наиболее важных для практических приложений разделов математики. В дифференциальной геометрии с помощью вариационного исчисления решаются проблемы отыскания геодезических линий и поверхностей минимальной площади. В механике вариационными методами решаются задачи оптимизации формы твёрдых деформируемых тел [1]. Вариационные принципы и вариационные методы играют важную роль во многих других областях механики, математической физики и прикладной математики. Интерес к вариационным задачам объясняется и тем фактом, что многие фундаментальные законы механики и физики имеют характер вариационных принципов, а вариационные методы часто оказываются эффективным средством численного решения

разнообразных задач прикладной математики [2]. Важность изучения вариационного исчисления следует также и из того, что при решении задач вариационного исчисления широко используются знания, которые студенты приобретают в ходе изучения математического анализа, аналитической геометрии, фундаментальной алгебры и дифференциальных уравнений.

Таким образом, студентам, обучающимся на направлениях, где широко используется математика, необходимы хотя бы основные сведения по вариационному исчислению.

Дисциплина «Элементы вариационного исчисления» введена в учебный план подготовки бакалавров направления 02.03.01 «Математика и компьютерные» науки в 2018 году в связи с актуализацией федеральных образовательных стандартов ФГОС 3++.

Дисциплина относится к части дисциплин, формируемых участниками образовательных отношений, блока «Дисциплины (модули)» учебного плана. Процесс изучения дисциплины направлен на формирование профессиональной компетенции ПК-1: способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий. Общий объём дисциплины составляет 2 зачетные единицы (72 часа).

В соответствии с программой курса автором разработано учебное пособие [3], структура, содержание и стиль изложения материала которого соответствует концепции учебных пособий, предложенной автором в работах [4] и [5]. В пособии рассматриваются основные понятия и методы вариационного исчисления, изложение теоретического материала приводится на уровне математической строгости, достаточном для практического использования: все разделы сопровождаются большим количеством разобранных практических примеров. Подробно изучена простейшая задача вариационного исчисления и её основные обобщения: задача с подвижными границами, изопериметрическая задача, существование негладких экстремалей. Большое внимание в пособии уделяется применению достаточных условий для определения вида экстремума функционалов. Пособие содержит задания для самостоятельного решения по всем рассматриваемым темам. Задачи для самостоятельного решения снабжены ответами, что позволяет использовать это пособие в качестве задачника для самостоятельной работы студентов.

Учебным планом в качестве промежуточной аттестации по дисциплине предусмотрен зачёт, который проводится в два этапа. Каждый студент в начале семестра получает индивидуальное задание, которое должен выполнить к определённому сроку и представить на

проверку преподавателю. В течение семестра у обучающихся имеется возможность получать очные консультации по выполнению зачётного задания. Выполненное индивидуальное задание подлежит защите на занятии в аудитории.

Ниже приведён образец индивидуального зачётного задания.

1. Найти экстремали изопериметрической задачи

$$J(y) = \int_0^1 (x^3 + (y')^2) dx; \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 0, \quad \int_0^1 y^2 dx = 8$$

2. Найти экстремали с одной угловой точкой.

$$J(y) = \int_0^4 ((y')^4 - 8(y')^2) dx; \quad y(0) = 0, \quad y(4) = 4$$

3. Используя условие Лежандра, исследовать на экстремум функционал. В случае существования экстремума вычислить его значение.

$$J(y) = \int_1^2 \frac{x^3}{(y')^2} dx; \quad y(1) = 1, \quad y(2) = 4$$

4. Используя функцию Вейерштрасса, исследовать на экстремум функционал. В случае существования экстремума вычислить его значение.

$$J(y) = \int_1^2 (6xy + (y')^2) dx; \quad y(1) = -\frac{1}{2}, \quad y(2) = 3$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Троицкий, В.А. Оптимизация формы упругих тел / В.А. Троицкий, Л.В. Петухов. М: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 432 с.
2. Троицкий, В.А. Оптимизация собственной частоты прямоугольной пластины / В.А. Троицкий, А.А. Хватцев/ – В сб.: Прикладная математика. – Тула: Тульский политехнический институт, 1977. - С. 72 – 78.
3. Хватцев, А.А. Элементы вариационного исчисления: учебное пособие / А.А. Хватцев.– Псков: Псковский государственный университет, 2019. – 72с.
4. Хватцев, А.А. О методическом обеспечении математической подготовки бакалавров направления 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» / А.А. Хватцев // Вестник Псковского государственного университета. Серия: естественные и физико-математические науки. –15/2019. - С. 101 – 106.
5. Воронов, М.В. О методическом обеспечении математической подготовки бакалавров / М.В. Воронов, А.А. Хватцев // Перспективы развития высшей школы. Материалы XI Международной научно-методической конференции. Гродненский государственный аграрный университет, 2019. – С. 40 – 42.

УДК 378.016:378.662(476)

**ОСОБЕННОСТИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
СТУДЕНТОВ СТАРШИХ КУРСОВ БГТУ С УЧЕТОМ  
ЕВРОПЕЙСКОГО ОПЫТА**

**А.Р. Цыганов<sup>1</sup>, С.Н. Пищов<sup>1</sup>, В.Л. Флейшер<sup>1</sup>, И.В. Новикова<sup>1</sup>, К.  
Паал<sup>2</sup>, Г. Скоробогатов<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Учреждение образования «Белорусский государственный технологический университет» (Республика Беларусь, 220006, г. Минск, ул. Свердлова, 13а; e-mail: ipk@belstu.by)

<sup>2</sup>Компания «Адденда ОО», (Эстонская Республика, 11316, г. Таллинн, ул. Таммсааре, 47; e-mail: addenda@addenda.ee)

Аннотация. Приведен опыт учреждения образования «Белорусский государственный технологический университет» в реализации образовательных программ дополнительного образования взрослых для студентов старших курсов с целью приобретения ими новых компетенций с учетом изменяющихся условий рынка труда и требований организаций-заказчиков кадров.

Ключевые слова: дополнительное образование, обучающие курсы, дистанционное обучение, вебинар.

**FEATURES OF ADDITIONAL EDUCATION OF STUDENTS  
OF SENIOR COURSES BSTU TAKING INTO ACCOUNT  
EUROPEAN EXPERIENCE**

**A.R. Tsyganov<sup>1</sup>, S.N. Pishchou<sup>1</sup>, V.L. Fleisher<sup>1</sup>, I.V. Novikava<sup>1</sup>, K. Paal<sup>2</sup>,  
G. Skorobogatov<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Educational institution "Belarusian State Technological University" (Republic of Belarus, 220006, Minsk, 13a Sverdlova st.; e-mail: ipk@belstu.by)

<sup>2</sup>Company «Addenda OU», (Estonia, 11316, Tallinn, 47 Tammsaare tee; e-mail: addenda@addenda.ee)

Summary. The article highlights the experience of the educational institution "Belarusian State Technological University" in the implementation of the programs for supplementary education for adults and senior students. The programs focus on students acquiring new knowledge and skills that meet the changing conditions of labour market and the requirements of customers.

Key words: supplementary education, training courses, e-learning, webinar.